

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXXXIX.

THE UNIVERSITY OF

PHILADELPHIA

CHEMISTRY

PHYSICAL CHEMISTRY

BY J. H. VAN DER WOUDE

PH.D. 1907

1. G. H. VAN DER WOUDE

NEW YORK: 1907

THE UNIVERSITY OF PHILADELPHIA

LIBRARY

RECEIVED THE UNIVERSITY OF PHILADELPHIA

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

NEUNZEHNTER BAND.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1870.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH,

ANALYSIS

OF THE

CHIEF

OF THE

OF THE

OF THE

OF THE

OF THE

OF THE

1870

OF THE

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.



HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTNEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDFÜNFZEHNTER.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1870.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

THE
P. H. Y. S. H. C.

THE
P. H. Y. S. H. C.

THE
P. H. Y. S. H. C.

THE
P. H. Y. S. H. C.

Inhalt

des Bandes CXXXIX der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

	Seite
I. Ueber Capillaritäts-Erscheinungen an der gemeinschaftlichen Oberfläche von Flüssigkeiten; von G. Quincke	1
I. Flache Tropfen oder Blasen in verschiedenen Flüssigkeiten S. 1. — II. Flache Tropfen oder Blasen mit heterogenen Flüssigkeiten überzogen S. 28. — III. Capillare Steighöhen in untergetauchten Röhren, S. 39. — IV. Ueber die Ausbreitung der Flüssigkeiten auf anderen Flüssigkeiten S. 58. — Resultate S. 86.	
II. Ueber die Dämpfung der Töne fester Körper durch innere Widerstände; von E. Warburg	89
III. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in Röhren; von A. Seebeck	104
IV. Ueber die Brechungsindices und die Dispersion undurchsichtiger Körper; von W. Wernicke	132
V. Ueber den Durchgang der strahlenden Wärme durch Steinsalz und Sylvin; von H. Knoblauch	150
VI. Ueber eine Vereinfachung in der Construction und dem Gebrauch der Holtz'schen Influenzmaschine erster Art; von J. C. Pogendorff	158
VII. Ueber das Höhenmessen mit dem Barometer; von R. Rühlmann	169
VIII. Ueber die Wärmeleitung in organischen Körpern; von C. B. Greifs	174

VI

	Seite
IX. Ueber den Feldspath vom Nörødal in Norwegen; von C. Ram-	
melsberg	178
X. Diathermansie einer Reihe von Stoffen für Wärme geringer Brech-	
barkeit; von C. Schultz-Sellack	182
XI. Auffindung von Diamanten in Böhmen; von A. Schafarik .	188
XII. Erste Entdeckung der Wärmewirkung der Mondstrahlen . .	192
(Geschlossen am 26. Januar 1870.)	

Zweites Stück.

I. Thermochemische Untersuchungen; von J. Thomsen	193
IV. Ueber die Säuren des Bor, Silicium, Titan, Zinn und	
Platin, und die entsprechenden Fluor- und Chlorverbind-	
ungen.	
II. Ueber die Circularpolarisation bei einigen sechsgliedrigen unter-	
schwefelsauren Salzen; von C. Pape	224
III. Ueber einige Punkte der Theorie der Capillar-Erscheinungen;	
von J. Stahl	239
IV. Ueber den Antheil der Capillarität an den Erscheinungen der	
Ausbreitung der Flüssigkeiten; von P. du Bois-Reymond . .	262
V. Bemerkungen zu zwei Aufsätzen von W. v. Bezold und E.	
Edlund über elektrische Erscheinungen; von R. Clausius . .	276
VI. Historische Bemerkung zu einer Veröffentlichung des Hrn. G.	
Magnus über die Reflexion der Wärme; von H. Knoblauch .	282
VII. Ueber die Beziehungen zwischen den Raumveränderungen bei	
der Bildung starrer Verbindungen und der chemischen Verwand-	
schaft der Bestandtheile; von W. Müller	287
VIII. Ueber Darstellung krystallisirter Kieselsäure auf trockenem Wege;	
von G. Rose	301
IX. Ueber den Enstatit im Meteoreisen von Breitenbach; von V. v.	
Lang	315
X. Ueber die Krystallform des Hypersthens; von Demselben . .	319
XI. Beitrag zur Ozonfrage; von O. Wolffenstein	320
XII. Untersuchung über die Verbindungen des Selens mit dem Schwe-	
fel; von A. Bettendorff und G. vom Rath	329
XIII. Ueber elektrische Spitzenwirkung; von J. C. Poggendorff .	341

VII

	Seite
XIV. Ueber Aetzfiguren und Asterismus am Doppelspath; von H. Baumhauer	349
XV. Ueber eine neue fluorescirende Substanz; von J. Parnell	350
(Geschlossen am 28. Februar 1870.)	

Drittes Stück.

I. Ueber den Gang elektrischer Inductions- und Disjunctions-Ströme durch Gase von verschiedener Dichtigkeit und zwischen Polen von verschiedener Form; von E. Edlund	353
II. Ueber die Zusammensetzung des Turmalins; von C. Rammelsberg	379
III. Zur Theorie der Farben; von J. J. Müller	411
IV. Ueber Emission, Absorption und Reflexion der bei niederer Temperatur ausgestrahlten Wärmearten; von G. Magnus	431
V. Zur Frage, wie nicht-leitende Substanzen influencirt werden; von J. C. Poggendorff	458
VI. Ueber die Breite der Spectrallinien; von F. Lippich	465
VII. Ueber die Modificationen des Schwefelsäure-Anhydrids; von C. Schultz-Sellack	480
VIII. Ueber Klangfiguren durch Luftvibrationen gebildet; von F. Melde	485
IX. Beobachtungen an der Flamme eines Argand'schen Gasbrenners, dessen Zugglas beseitigt ist; von E. Reusch	493
X. Ueber einen verbesserten Lichtregulator; von G. Mos	495
XI. Ueber den Einfluß tönender Schwingungen auf den Magnetismus des Eisens; von E. Warburg	499
XII. Resultate einer Arbeit über das Absorptionsspectrum des Joddampf; von R. Thalén	503
XIII. Physikalische Notizen; von J. Müller	504
XIV. Ueber die Minimal-Ablenkung des Lichtstrahls bei symmetrisch aufgestellten Prismen; von R. Most	505
XV. Ueber den chemischen Zusammensatz einer bactrischen Münze; von W. Flight	507
XVI. Die schwachen Funken betreffend; von P. Riefs	508

	Seite
XVII. Ungewöhnlicher Schneefall; von Ch. Naudin	510
XVIII. Complicirte Pendelschwingungen; von Emsmann	512

(Geschlossen am 29. März 1870.)

Viertes Stück

I. Ueber das Holtz'sche Rotationaphänomen; von J. C. Poggen- dorff	513
II. Ueber die Zusammensetzung des Turmalins; von C. Rammels- berg (Schluß)	547
III. Ueber Emission, Absorption und Reflexion der bei niederen Temperaturen ausgestrahlten Wärmearten; von G. Magnus (Schluß)	582
IV. Zur Theorie der Farben; von J. J. Müller (Schluß)	593
V. Ueber die ungehinderte Drehung der beweglichen Leiter und des Solenoids am Ampère'schen Gestell; von G. Krebs	614
VI. Ueber die Spannung flüssiger Lamellen; von R. Lüdte	620
VII. Ueber den Einfluß der Temperatur auf die Empfindlichkeit der Spectral-Reactionen; von E. Cappel	628
VIII. Ueber Knochenhauer's Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung für die oscillatorische elektrische Entladung in einem verzweigten Schließungsbogen; von VV. Feddersen	639
IX. Ueber das Schwimmen des festen Eisens auf flüssigem; nebst Bemerkung über den Trèves'schen Versuch; von L. Overzier	651
X. Neue Schwefelsalze (Vierte Abhandlung); von R. Schneider	661
XI. Akustische Abstofsung und Anziehung; von K. H. Schellbach	670
XII. Ueber die durch Muskelcontractionen geleistete Beugungsarbeit; von R. Most	672
Nekrolog. Gustav Magnus's Tod.	676

(Geschlossen am 25. April 1870.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

- Taf. I. — Quincke, Fig. 1 u. 2, S. 58; Fig. 3, S. 73; Fig. 4, S. 75. — Warburg, Fig. 5, S. 101. — Seebeck, Fig. 6, S. 106. — Stahl, Fig. 7, S. 245; Fig. 8, S. 248; Fig. 9, S. 251; Fig. 10, S. 252; Fig. 11, S. 253; Fig. 12, S. 256; Fig. 13, S. 260. — P. du Bois-Reymond, Fig. 14, S. 266; Fig. 15, S. 267; Fig. 16, S. 269.
- Taf. II. — V. v. Lang, Fig. 1, S. 316; Fig. 2, S. 317. — G. v. Rath, Fig. 3, 4 u. 5, S. 335; Fig. 6, S. 336. — Wolfenstein, Fig. 7, S. 325; Fig. 8, S. 326; Fig. 9, S. 329. — Most, Fig. 10, S. 672; Fig. 11, S. 673. — Most, Fig. 12, 13 u. 14, S. 506; Fig. 15, S. 507. — G. Mos, Fig. 16, S. 496.
- Taf. III. — J. J. Müller, Fig. 1, S. 414; Fig. 1a u. 1b, S. 415; Fig. 2, S. 595; Fig. 3, S. 430; Fig. 4 u. 5, S. 611; Fig. 6, S. 612. — G. Magnus, Fig. 7, S. 435; Fig. 8, S. 585.
- Taf. IV. — Krebs, Fig. 1 bis 4, S. 614; Fig. 5 u. 6, S. 616; Fig. 7 bis 10, S. 617; Fig. 11 u. 16, S. 618. — Lüdige, Fig. 17, S. 623; Fig. 18, 19 u. 20, S. 624.
-

Berichtigungen.

Zum Aufsatz von J. Stahl in diesem Bande.

S. 258 Z. 6 v. u.: nach „ $\lambda' = 0$ “ schalte ein: „und x und x' geht über in $-x$, $-x'$ “.

S. 261 Z. 2 v. o.: noch „Es ist nun“ schalte ein: „da die Y im Sinn der Schwere gerechnet werden.“

S. 261 Z. 3 v. o. lies:

$$\delta \left[\int Y \partial V \right] = -\frac{k^2}{2} \delta X_0 + \int_{X_1}^{X_0} Y \partial Y \delta X.$$

S. 261 Z. 2, 9, 13 v. u.: statt: $+\frac{gc}{2} k^2$ lies $-\frac{gc}{2} k^2$.

S. 261 Z. 8, 12 v. u.: statt $+gc Y$ lies $-gc Y$.

Zum Aufsatz von Poggendorff in diesem Bande.

S. 464 Z. 15 v. u. lies: Schließungsfunkten statt: Schließungswinkel

Zum Aufsatz von Mos ebendasselbst.

S. 497 Z. 1 v. o. sind die Worte „das Licht“ zu streichen.

1. Ueber Capillaritäts-Erscheinungen an der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten; von G. Quincke.¹⁾

I. Flache Tropfen oder Blasen in verschiedenen Flüssigkeiten.

1.

Aehnliche Betrachtungen, wie man sie für die freie, d. h. vom luftleeren Raum oder Luft begränzte Oberfläche einer Flüssigkeit angestellt hat, lassen sich auch für die gemeinschaftliche Oberfläche zweier Flüssigkeiten anstellen.

Ich werde im Folgenden dieselben Bezeichnungen, wie in meinen früheren Mittheilungen über Capillaritäts-Erscheinungen²⁾ benutzen, und die Gröfsen, welche sich auf einen Punkt P_1 oder P_2 der freien Oberfläche der Flüssigkeit 1 oder 2 beziehen durch den unteren Index 1 oder 2 unterscheiden, die Gröfsen, welche sich auf einen Punkt P_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten 1 und 2 beziehen, durch den doppelten unteren Index 12.

Bezeichnen R und R' den kleinsten und grössten Krümmungsradius in dem Punkte P_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten 1 und 2, so läßt sich durch analoge Betrachtungen wie bei freien Flüssigkeitsoberflächen³⁾ zeigen, dafs in der Richtung der nach der concaven

1) Im Auszuge der Königl. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen mitgetheilt im October 1869.

2) Pogg. Ann. Bd. 105, S. 1 bis 48. 1858. 4b. Bd. 134, S. 356 bis 367. 1868. Ib. Bd. 135, S. 621 bis 646. Ib. Bd. 138, S. 141 bis 155. 1869.

3) Vergl. Pogg. Ann. Bd. 135. S. 623. 1868.

Poggendorff's Annal. Bd. CXXXIX.

Seite der Oberfläche gelegenen Oberflächen-Normalen im Punkte P_{12} ein Druck stattfindet

$$p_{12} = K_{12} + \frac{H_{12}}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \dots 1.$$

Die Größen K_{12} und H_{12} hängen nicht allein von der gegenseitigen Wirkung zweier Theilchen derselben Flüssigkeit gegeneinander ab, sondern auch von der Wirkung, die die Theilchen der Flüssigkeit 1 in sehr kleiner Entfernung auf die Theilchen der Flüssigkeit 2 ausüben, und umgekehrt.

Man übersieht aus der Form dieser Gl. 1, daß die gemeinschaftliche Oberfläche zweier Flüssigkeiten ebenso, wie die freie Oberfläche einer Flüssigkeit, so klein wie möglich seyn wird, daß in der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten eine gewisse Spannung herrschen wird, wie in einer gespannten Membran, die in allen Punkten derselben dieselbe ist, und durch die Constante $\frac{H_{12}}{2}$ oder wie im Folgenden statt dessen gewöhnlich gesagt werden wird, durch α_{12} gemessen wird.

Der Randwinkel ω_{12} , unter dem das letzte Element der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten 1 und 2 eine feste Wand schneidet, wird nur von der Natur der beiden Flüssigkeiten und der festen Wand abhängen, und unabhängig seyn von der Gestalt der gemeinschaftlichen Flüssigkeits-Oberfläche und der Gestalt der festen Wand.

Die Größe K_{12} , der Normaldruck in der ebenen gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten 1 und 2 läßt sich ebenso wenig wie der Normaldruck K_1 oder K_2 in der ebenen freien Oberfläche der Flüssigkeit 1 oder 2 bestimmen, sobald die Relation besteht

$$K_1 - K_2 = K_{12} = -K_{21}.$$

Das per Längeneinheit der Durchschnittslinie einer festen verticalen Wand und der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten getragene Gewicht ist

$$G_{12} = \frac{H_{12}}{2} \cos \omega_{12} = \alpha_{12} \cos \omega_{12} \dots 2,$$

eine constante Größe, die nur von der Natur der beiden Flüssigkeiten und der festen Wand abhängt.

α_{12} ist die in Milligrammen gemessene Spannung, welche auf eine Strecke der gemeinschaftlichen Oberfläche von der Breite eines Millimeters ausgeübt wird.

Die im Vorstehenden aufgeführten Sätze lassen sich wie die für freie Flüssigkeitsoberflächen geltenden entweder aus der Annahme von Molecularkräften herleiten, nach Art der Laplace'schen Betrachtungen, oder aus der Annahme einer Oberflächenspannung nach Art der Betrachtungen von Thomas Young.

2.

Die Erscheinungen an der gemeinschaftlichen Gränze zweier Flüssigkeiten sind, abgesehen von den bekannten Plateau'schen Versuchen ¹⁾ über die Gleichgewichtsfiguren von Oeltropfen in wässrigem Alkohol von gleichem specifischen Gewicht, nur sehr wenig untersucht worden.

Gay-Lussac ²⁾ beobachtete in einem Capillarrohr die Depression des Quecksilbers, wenn Wasser oder wasserhaltiger Alkohol auf dasselbe gegossen wurde, Bède ³⁾ die Steighöhe von Wasser oder Schwefelsäure in Capillarröhren, wenn über diese Flüssigkeiten in der Capillarröhre noch Steinöl, oder von Chloroform, wenn über dieses noch Wasser gebracht wurde.

Thomas Young ⁴⁾ fand, daß eine kleine Menge Oel auf die Wasseroberfläche in einer Capillarröhre gebracht, die gemeinsame Steighöhe verminderte.

In diesen Versuchen hat man aber zwei unbekannte Größen, die Oberflächencohäsion α_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten und den Randwinkel

1) J. Plateau, *Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur. Sér. I — XI. Mém. d. Brux. t. XVI — XXXVII. 1842 — 68. 4°.*

2) Laplace, *Oeuvres I*, p. 496 und 524.

3) *Mém. cour. Brux. XXX, p. 187. 1860.*

4) *Encyclopaedia Britannica. Cohesion. Sect. II, 1816. — Young Works by Peacock I, p. 463. 1855.*

ω_{12} , der, wie ich weiter unten (§. 10) zeigen werde, nicht immer 0° oder 180° ist. Aus Beobachtung der Steighöhe läßt sich nur das Product $\alpha_{12} \cos \omega_{12}$ bestimmen.

Ich selbst ¹⁾ habe die Höhe von Quecksilbertropfen in Wasser und Chlorwasserstoffsäure gemessen, ohne jedoch daran weitere Schlüsse über die Oberflächen-Cohäsion der gemeinschaftlichen Oberfläche jener Flüssigkeiten zu knüpfen.

Endlich hat Guthrie ²⁾ in verschiedenen Flüssigkeiten andere Flüssigkeiten herabtropfen lassen und die Gröfse dieser Tropfen gemessen.

Selbst in den wenigen Fällen, für welche Versuche vorliegen, hat man eine Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung nicht nachgewiesen, zum Theil weil man aufser den oben erwähnten Sätzen und der Ausnahme $\omega_{12} = 0^\circ$ oder 180° , auch noch Relationen annahm zwischen den Gröfsen α_1 , α_2 und α_{12} , welche, wie ich im Folgenden zeigen werde, durchaus nicht mit der Erfahrung übereinstimmen.

Die Unrichtigkeit der gewöhnlich angenommenen Relation $\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_{12}$ ergibt übrigens schon die einfache Uebersetzung, dafs für zwei in jedem Verhältnifs mischbare Flüssigkeiten die Capillaritätsconstante der gemeinschaftlichen Oberfläche $\alpha_{12} = 0$ ist, während sie z. B. für Wasser und absoluten Alkohol $8 - 2,5 = 5^{mgr},5$ seyn sollte.

Der von Poisson ³⁾ aufgestellte Satz, dafs das in einer Capillarröhre gehobene Gewicht nur von der unteren Flüssigkeit abhängen soll, ist daher auch nicht in Uebereinstimmung mit der Erfahrung.

Thomas Young setzte die Capillarconstante der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten proportional der Differenz ⁴⁾ oder dem Quadrate ⁵⁾ der Differenz ihrer

1) Pogg. Ann. Bd. 105, S. 38. 1858.

2) Proc. Roy. Soc. XIII, p. 444. XIV, p. 22. 1865. Im Auszuge Pogg. Ann. Bd. 131, S. 141. 1867.

3) Poisson, nouvelle théorie de l'action capillaire p. 142.

4) Young Works I, p. 435. 1855. Encycl. Brit. Cohesion Sect. II, 1816.

5) Ib. p. 463.

Dichtigkeiten. Diefs ist jedoch ebenfalls nicht in Uebereinstimmung mit den weiter unten (§. 10) beschriebenen Versuchen.

Ein Zahlenwerth für die Gröfse α_{12} , die Oberflächenspannung der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten, wird meines Wissens nirgends gegeben.

3.

Nennt man z den verticalen Abstand eines Punktes P_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten vom spec. Gewicht σ_1 und σ_2 von dem horizontalen Theile der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten, und läßt die positive z -Axe mit der Richtung der Schwerkraft zusammenfallen, so folgt aus Gl. 1 und dem Satze der Hydrostatik, dafs in einer Horizontalebene im Innern derselben Flüssigkeit überall derselbe Druck seyn mufs, die Gleichung

$$(\sigma_1 - \sigma_2) z = \alpha_{12} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \dots 3.$$

Diese Gl. würde sich z. B. auf den Fall beziehen, wo ein flacher Quecksilbertropfen in Wasser auf eine horizontale Unterlage gegossen ist. Hat dieser Tropfen grossen Durchmesser, oder ist er in eine muldenförmige Rinne gegossen, so ist R' sehr gross, $\frac{1}{R'}$ gegen $\frac{1}{R}$ zu vernachlässigen, und die Gl. 3 wird

$$z = \frac{\alpha_{12}}{\sigma_1 - \sigma_2} \frac{1}{R} = \frac{a_{12}^2}{2} \cdot \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \dots 4,$$

wo die spezifische Cohäsion der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten

$$a_{12}^2 = \frac{2\alpha_{12}}{\sigma_1 - \sigma_2} \dots 5$$

statt der Capillaritäts-Constante oder Oberflächen-Spannung α_{12} eingeführt ist.

Die Integration der Gl. 4 giebt

$$\frac{z^2}{a_{12}^2} = \text{const} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}$$

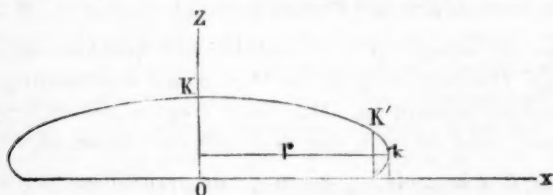
$$\frac{z^2}{a_{12}^2} = 1 - \cos \phi_{12} \quad . \quad . \quad . \quad 6.$$

wo ϕ_{12} der Winkel ist, den das Curvenelement des Meridianschnitts der Oberfläche mit der horizontalen x Axe bildet. Für die horizontale obere Tropfenfläche sind z und ϕ_{12} gleichzeitig $= 0$.

Für ein verticales Curvenelement des Meridianschnitts wird

$$\begin{aligned} z &= \bar{z} & \phi_{12} &= 90^\circ \\ \frac{\bar{z}^2}{a^2} &= 1 & a_{12} &= \bar{z}, \quad . \quad . \quad . \quad 7. \end{aligned}$$

d. h. die in Millimetern gemessene verticale Entfernung des horizontalen von dem verticalen Element der Meridiancurve (des Punktes K von dem Punkte k der nebenstehenden Figur, weswegen auch in der Folge diese Entfernung immer



mit $K-k$ bezeichnet werden soll) giebt in das Quadrat erhoben die spezifische Cohäsion der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten, und durch Multiplication mit der halben Differenz der spezifischen Gewichte die Capillaritäts - Constante a_{12} oder die Oberflächenspannung der gemeinschaftlichen Gränze beider Flüssigkeiten.

Die Gleichung 7 gilt auch, und zwar in aller Strenge, wenn eine Flüssigkeit an eine verticale ebene Wand sich mit dem Randwinkel $1^\circ 0'$ anlehnt, z. B. Quecksilber an ein verticales von Alkohol oder Wasser benetztes Planglas.

Liegt der Tropfen auf einer horizontalen Unterlage, und bezeichnet man die verticale Entfernung der Tropfenkuppe K und des verticalen Meridianelementes k von der horizontalen Unterlage ebenfalls durch K und k , so ist

$$K - k = a_{12} \quad . \quad . \quad . \quad 8.$$

$$K = z_{012} = a_{12} \sqrt{1 - \cos \omega_{12}} \quad . \quad . \quad 9.$$

wo ω_{12} der Winkel ist, unter welchem das letzte Element der Tropfenoberfläche die horizontale Unterlage schneidet. Durch Combination der Gleichung 8 und 9 läßt sich a_{12} und $\cos \omega_{12}$ berechnen.

Wird die horizontale Unterlage von der Flüssigkeit 2 benetzt, was häufig vorkommt, so ist

$$\omega_{12} = 180^\circ$$

$$K = a_{12} \sqrt{2} \quad . \quad . \quad . \quad 10.$$

Je nachdem $\sigma_1 >$ oder $< \sigma_2$ werden z , K und k positiv oder negativ seyn. Ein Oeltropfen in Wasser unter einer horizontalen mit Wasser benetzten Glasplatte hat dieselbe Gestalt wie ein Wassertropfen in Oel auf einer horizontalen mit Oel benetzten Unterlage u. s. f.

Man übersieht sofort, daß die Gleichungen 2 bis 9 in die für freie Flüssigkeitsoberflächen übergehen, wenn σ_2 oder $\sigma_1 = 0$ gesetzt wird. Im ersten Falle hätte man Tropfen in freier Luft oder dem luftleeren Raum, im zweiten Falle Luftblasen, die gegen eine horizontale oder schwach gewölbte Wand sich anlehnen. Natürlich werden die Größen K , k und z in dem zweiten Falle stets negativ.

Eine Luftblase in Wasser unter einem horizontalen benetzten Planglas hat dieselbe Gestalt, wie ein Wassertropfen auf einer horizontalen Unterlage, die er gar nicht benetzt, z. B. auf einem wollenen Tuch oder einer mit Lycopodiumpulver bestäubten Glasplatte.

Mißt man den verticalen Abstand $-(K - k)$ der unteren Kuppe einer Luftblase und des verticalen Meridianelementes ihrer Oberfläche, so erhält man a_2 , mißt man die Entfernung $-K$ der Kuppe der Luftblase von der horizon-

talen durch die Flüssigkeit 2 vollständig benetzten Glasplatte, so erhält man $a_2/2$.

Es giebt dieß eine Methode, die Capillar-Constanten durchsichtiger Flüssigkeiten zu bestimmen, die den großen Vorzug hat, daß die betreffende Flüssigkeit nur mit Luft in Berührung kommt, und die freie Flüssigkeitsoberfläche so viel wie möglich vor Verunreinigungen geschützt ist, die selbst in geringer Menge, wie ich weiter unten zeigen werde, die Oberflächenspannung oder Capillaritäts-Constante erheblich zu klein erscheinen lassen können.

4.

Um die Capillar-Constanten der im Folgenden auch nach anderen Methoden untersuchten Flüssigkeiten mit den aus der Beobachtung von capillaren Steighöhen h abgeleiteten Werthen vergleichen zu können, wurden diese in folgender Weise bestimmt.

Vor der Glasbläserlampe wurden aus einer möglichst gereinigten dickeren Glasröhre Fäden von passender Weite gezogen, oben zugeschmolzen, und mit dem zugeschmolzenen Ende durch zwei Kautschuckringe geschoben, die das von dem Glasfaden gebildete Capillarrohr auf einem reinen 10^{mm} breiten und 100 bis 300^{mm} langen Spiegelglasstreifen festhielten. Der Spiegelglasstreifen trug eine eingezätzte Millimetertheilung, und wurde mit dem unteren Ende der Capillarröhre gleichzeitig in die zu untersuchende Flüssigkeit getaucht. Die Höhe h , bis zu welcher letztere, sobald das obere zugeschmolzene Ende des Capillarrohres abgeschnitten wurde, sich über das horizontale Flüssigkeitsniveau erhob, wurde an der vertical gestellten Millimetertheilung mit einem horizontalen Fernrohr abgelesen, das Capillarrohr an der Stelle, wo sich der Flüssigkeitsmeniskus befunden hatte, mit dem Glasmesser durchschnitten und der größte und kleinste Durchmesser der Schnittfläche durch ein Mikroskop mit Ocular-Mikrometer bestimmt. Das letztere hatte 100 Scaletheile, von denen noch Zehntel zu schätzen waren.

1 Scalentheil entsprach je nach der angewandten Vergrößerung $0^{\text{mm}},007$ bis $0^{\text{mm}},001$. Die Mittel aus den gemessenen Werthen des Röhrendurchmessers sind in den folgenden Tabellen unter $2r$ angegeben. Die letzte Spalte enthält die Producte

$$hr = a^2 \cos \omega. 11.$$

Ich habe unterlassen an den beobachteten Steighöhen eine Correction wegen des Meniskus anzubringen, da andere unvermeidliche Fehlerquellen einen viel größeren Einfluss, als diese Correction haben.

Der Vorsicht wegen wurde durch Neigen der Capillarröhre oder Emporziehen derselben in den Kautschuckringen der Meniskus an gut benetzte Stellen der Capillarröhre gebracht.

Man erhält nach dem beschriebenen Verfahren Glasröhren, die von den angewandten Flüssigkeiten stets leicht benetzt wurden, so dass man den Randwinkel $\omega = 0$ setzen konnte, und hr direct die spezifische Cohäsion a^2 gab, aus der durch Multiplication mit dem halben specifischen Gewicht $\frac{\sigma}{2}$ dann die Capillar-Constante α in Milligrammen erhalten wurde. Die specifischen Gewichte wurden in einem dünnen Platindraht aufgehängten Senkgläsern und einer empfindlichen Waage bestimmt.

I.

Steighöhen in Capillarröhren.

Wasser.				Unterschwefligsaures Natron.			
No.	$2r$	h	hr	No.	$2r$	h	hr
	mm	mm	\square mm		mm	mm	\square mm
1	0,252	115,2	14,19	1	0,444	60,6	13,45
2	0,287	101,7	14,57	2	0,533	50,8	13,55
3	0,356	81,2	14,44	3	0,588	46,7	13,74
4	0,529	55,7	14,74			Mittel	13,58
5	0,840	34,3	14,41				
		Mittel	14,47				

Schwefelkohlenstoff.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,305	34,4	5,240
2	0,344	30,7	5,284
3	0,364	29	5,290
		Mittel	5,273

Olivenöl.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,268	53	7,107
2	0,387	36,4	7,05
3	0,623	23,5	7,321
		Mittel	7,159

Terpenthinöl.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,094	164	6,243
2	0,357	35,1	6,258
3	0,514	24,5	6,295
4	0,623	19,7	6,139
		Mittel	6,284

Chloroform.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,079	95	3,742
2	0,280	26,3	3,683
3	0,334	21,9	3,662
4	0,838	8,6	3,606
		Mittel	3,673

Steinöl.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,211	60,1	6,348
2	0,235	55,1	6,484
3	0,350	36,5	6,393
4	0,364	35,8	6,519
		Mittel	6,434

Alkohol.

No.	2r	h	hr
	mm	mm	□mm
1	0,086	132,9	5,720
2	0,331	33,6	5,562
3	0,606	18,8	5,696
		Mittel	5,659

Die Mittel aus diesen Zahlen sind in der folgenden Tabelle mit den Werthen von a und α , so wie den specifischen Gewichten σ und Beobachtungstemperaturen zusammengestellt.

II.

Capillar-Constanten aus Steighöhen in Capillarröhren berechnet.

No.	Substanz	α	a^2	a	Temp.	σ
		mgr	□mm	mm	°	
1	Unterschweflgs. Natron	7,636	13,58	3,684	21,9	1,1248
2	Wasser	7,235	14,47	3,804	16,2	1
3	Schwefelkohlenstoff	3,343	5,273	2,296	18	1,2687
4	Olivenöl	3,271	7,159	2,675	22	0,9136
5	Terpenthinöl	2,765	6,234	2,497	21,7	0,8867
6	Chloroform	2,733	3,673	1,916	16,6	1,4878
7	Steinöl	2,566	6,434	2,536	22,3	0,7977
8	Alkohol	2,237	5,659	2,379	21,8	0,7906

5.

Aus Platten von sehr reinem Spiegelglas wurden mit Siegellack einige rechtwinklige Tröge von 25^{mm} Höhe und 50^{mm} bis 70^{mm} Breite und Länge zusammengesetzt. Der Glastrog wurde mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt auf einer horizontalen Spiegelglasplatte vor einem Kathetometer aufgestellt, dessen horizontales Mikroskop oder Fernrohr im Ocular ein Fadennetz oder eine in Glas geritzte Mikrometertheilung trug, und dessen horizontale und verticale Verschiebung bis auf 0^{mm},001 genau gemessen werden konnte. Die horizontale Glasplatte war auf einem festen mit drei Stellschrauben versehenen Holzgestell festgekittet. Auf den mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllten Glastrog wurde eine schmalere Deckplatte aus Spiegelglas gelegt, und diese mittelst einer Dosenlibelle horizontal gestellt. Mit einem reinen, meist frisch vor der Lampe gezogenen Glasfaden von 0^{mm},5 bis 2^{mm} Durchmesser gelingt es bei einiger Uebung leicht eine Luftblase von passender Größe (etwa 20^{mm} bis 30^{mm} Durchmesser) unter die Deckplatte zu blasen. Der Glastrog wurde so geschoben, daß die Contour der von hinten passend beleuchteten Luftblase scharf im Gesichtsfelde des Mikroskops erschien, und dann die Höhen K und k möglichst schnell gemessen. Das Mikroskop-Objectiv hatte 16^{mm} Durchmesser und war etwa 120^{mm} vom Objecte entfernt. Die ganze Einrichtung war derjenigen sehr ähnlich, die ich früher bei Messungen von Quecksilbertropfen ¹⁾ benutzt hatte.

Glastrog und Glasplatte müssen so rein wie möglich und von der betreffenden Flüssigkeit gut benetzt seyn.

In den folgenden Tabellen sind die Beobachtungen zusammengestellt an einer Reihe von Luftblasen in einer wässrigen Lösung von unterschwefligsaurem Natron, destillirtem Wasser, Schwefelkohlenstoff, Olivenöl, Terpenthinöl, Steinöl und absolutem Alkohol.

Bei Schwefelkohlenstoff, Terpenthinöl und Steinöl war der Trog aus Spiegelglasplatten mit gewöhnlichem Tischler-

1) Vergl. Pogg. Ann. Bd. 105, S. 15 und Taf. I, Fig. 4, 5, 11, 12. 1858.

lein zusammengesetzt, bei den Versuchen an absolutem Alkohol mit reinem Paraffin. Der Einfachheit wegen sind die negativen Vorzeichen bei Kk und $K-k$ fortgelassen. $2r$ giebt den größten Durchmesser des Tropfens oder die horizontale Entfernung zweier gegenüberliegender verticaler Meridianelemente k . Ist in der Spalte für $2r$ durch Häkchen angedeutet, daß der Durchmesser einer Luftblase derselbe, wie für die vorhergehende Nummer ist, so beziehen sich beide Beobachtungen auf dieselbe Luftblase, die zweite ist aber längere Zeit nach dem Entstehen der Luftblase an gestellt, als die erste. Der in der letzten Spalte enthaltene Werth der Capillaritäts-Constante α ist aus $K-k$ mit Hülfe der Gleichungen 4 und 7 (§. 3) berechnet. Die übrige Einrichtung der Tabellen dürfte sich von selbst erläutern.

III.

Flache Luftblasen in Lösung von unterschwefligsaurem Natron.

$$\sigma = 1,1248.$$

No.	$2r$	K	k	$K-k$	$K\sqrt{\frac{1}{3}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	20	5,070	1,302	3,768	3,585	7,984
2	"	5,015	1,189	3,826	3,546	8,233
3	28,2	5,358	1,620	3,738	3,788	7,856
4	"	5,323	1,661	3,662	3,763	7,541
Mittel						7,903

Flache Luftblasen in destillirtem Wasser.

$$\sigma = 1. \quad \text{Temp.} = 25^{\circ} \text{ C.}$$

No.	$2r$	K	k	$K-k$	$K\sqrt{\frac{1}{3}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	18	5,628	1,516	4,112	3,978	8,455
2	27,6	5,552	1,483	4,069	3,926	8,280
3	21	5,509	1,537	3,972	3,895	7,905
4	21,9	5,255	1,212	4,043	3,716	8,170
5	20	5,082	1,071	4,011	3,594	8,040
6	20,8	5,315	1,090	4,225	3,758	8,92
7	30,7	5,612	1,612	4,000	3,969	8,00
Mittel						8,253

Flache Luftblasen in Schwefelkohlenstoff.

$$\sigma = 1,2687. \quad \text{Temp.} = 25^{\circ} \text{ C.}$$

No.	2r	K	k	K - k	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	(25)	3,071	0,891	2,180	2,171	3,015
2	27	3,081	0,851	2,230	2,179	3,157
3	(35)	3,121	0,722	2,399	2,207	3,651
Mittel						3,274

Flache Luftblasen in Olivenöl.

$$\sigma = 0,9136. \quad \text{Temp.} = 25^{\circ},8 \text{ C.}$$

No.	2r	K	k	K - k	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	30	4,027	1,026	3,001	2,848	4,113
2	34	3,980	1,121	2,859	2,815	3,735
3	"	4,031	1,146	2,885	2,850	3,804
4	31,2	3,900	0,997	2,903	2,758	3,850
5	"	3,919	1,105	2,814	2,771	3,617
6	29,7	3,978	1,227	2,751	2,813	3,457
7	"	4,052	1,191	2,861	2,865	3,741
Mittel						3,760

Flache Luftblasen in Terpenthinöl.

$$\sigma = 0,8867. \quad \text{Temp.} = 25^{\circ},1 \text{ C.}$$

No.	2r	K	k	K - k	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	?	3,512	0,958	2,554	2,483	2,892
2	"	3,543	1,012	2,531	2,505	2,841
3	26,8	3,402	0,737	2,665	2,406	3,149
4	"	3,389	0,730	2,659	2,396	3,134
5	?	3,509	0,889	2,620	2,481	3,044
6	"	3,500	0,930	2,570	2,475	2,928
7	?	3,580	0,901	2,679	2,531	3,181
8	?	3,569	0,927	2,642	2,524	3,094
Mittel						3,033

Flache Luftblasen in Steinöl.

$$\sigma = 0,7977. \quad \text{Temp.} = 24^{\circ},2 \text{ C.}$$

No.	2r	K	k	K - k	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	29,5	3,788	0,950	2,838	2,679	3,212
2	(30)	3,869	1,009	2,860	2,736	3,263
3	(30)	3,818	0,960	2,858	2,701	3,258
Mittel						3,233

Flache Luftblasen in absolutem Alkohol.

$$\sigma = 0,7906. \quad \text{Temp. } 25^{\circ},3 \text{ C.}$$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	31,4	3,402	0,870	2,532	2,406	2,533
2	"	3,570	1,010	2,560	2,524	2,591
3	28,3	3,591	0,980	2,611	2,539	2,695
4	"	3,528	0,980	2,548	2,496	2,566
5	28,2	3,540	1,001	2,539	2,503	2,548
6	"	3,523	0,963	2,560	2,491	2,590
7	28,8	3,586	1,013	2,573	2,536	2,616
8	"	3,578	0,987	2,591	2,530	2,655
Mittel						2,599

Vergleicht man die Mittelwerthe α der einzelnen Beobachtungen an Luftblasen aus Tabelle III mit den aus capillaren Steighöhen abgeleiteten Werthen derselben Constante aus Tabelle II, so findet man die ersteren grösser als die letzteren. Der bequemeren Uebersicht wegen sind diese Werthe in der folgenden Tabelle IV nebeneinandergestellt.

Zum Theil rührt diese Verschiedenheit von der Annahme her, daß die Luftblase eine ebene Kuppe und einen unendlich großen Krümmungsradius R' an allen Punkten ihrer Oberfläche gehabt habe. Nun ist für die verticalen Meridianelemente $R' = r$ und kleiner als an der Kuppe der Luftblase, wo die Hauptkrümmungsradien gleich und sehr groß sind. Die GröÙe $\frac{\alpha}{R'}$ für das verticale Meridianelement kann also größer wie die GröÙe $\frac{2\alpha}{R'}$ für das Flächenelement der Luftblasenkuppe seyn, oder der capillare Druck im verticalen Meridian-Elemente der Luftblase größer als in der angenäherten Rechnung des §. 2 vorausgesetzt wurde. In diesem Falle muß $K - k$ größer als der wirkliche Werth der Constante α gefunden werden.

Freilich nimmt nach Herstellung der capillaren Oberfläche die Constante α allmählich mit der Zeit ab, und es muß α um so größer gefunden werden, je schneller es sich beobachten läßt. Im allgemeinen erreicht aber ein Tropfen weit schneller seine Gleichgewichtslage als eine Flüssigkeitssäule, die in einer Capillarröhre ansteigt und aus diesem

Grunde muß ebenfalls der Werth der Capillar-Constante an einem Tropfen oder einer Luftblase größer als aus der Steighöhe in Röhren gefunden werden. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich auch, den Durchmesser der Capillarröhren nicht zu klein zu wählen.

Wäre der Randwinkel ω wirklich 180° , so müßte

$$KV_{\frac{1}{2}} = K - k = a$$

seyn. Diefs trifft aber nur in den wenigsten Fällen zu, wie die Tabelle III zeigt.

Nimmt man in den einzelnen Tabellen das Mittel der Werthe $KV_{\frac{1}{2}}$ und bildet mit diesem den Ausdruck

$$\bar{\alpha} = \frac{K^2}{2} \cdot \frac{\sigma}{2} \quad . \quad . \quad . \quad 12.$$

so ist $\bar{\alpha}$ stets $< \alpha$, wie die folgende Tabelle IV zeigt.

Nach Gleichung 4 und 8 §. 2 ist aber

$$\bar{\alpha} = a^2 \cdot \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{1 - \cos \omega}{2} = \alpha \cdot \sin^2 \frac{\omega}{2}$$

$$\theta = 180^\circ - \omega = 180^\circ - 2 \arcsin \left(\sin = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}}{\alpha}} \right). \quad 13.$$

Die vorletzte Spalte der Tabelle IV giebt die nach Gleichung 13 berechneten Werthe des spitzen Randwinkels θ , die letzte die aus Spalte 4 und 6 berechneten Werthe $\alpha \cos \theta$.

IV.

Capillar-Constanten α der freien Oberfläche von Flüssigkeiten bei mittlerer Temperatur.

No.	Substanz	Capillare Steighöhen in Röhren $a = \sqrt{hr}$	Tropfen		θ	$\alpha \cos \theta$
		α	$a = K - k$	$a = KV_{\frac{1}{2}}$		
		mgr	mgr	mgr		mgr
1	Quecksilber		55,03	44,60	51° 8'	
2	Unterschwefligs. Natron	7,636	7,903	7,580	23 20	7,256
3	Wasser	7,235	8,253	7,850	25 32	7,449
4	Schwefelkohlen- stoff	3,343	3,274	3,021	32 16	2,768
5	Olivnenöl	3,271	3,760	3,625	21 50	3,490
6	Terpenthinöl	2,765	3,033	2,716	37 44	2,398
7	Chloroform	2,733	3,120			
8	Steinöl	2,566	3,233	2,918	36 20	2,604
9	Alkohol	2,237	2,599	2,476	25 12	2,352

Der für *Chloroform* in dieser Tabelle enthaltene Werth von α wurde aus der Steighöhe \bar{z} an einem benetzten verticalen Planglas abgeleitet, wo also der Randwinkel $\omega = 0$ gesetzt wurde. Es fand sich

$$\bar{z} = 2^{\text{mm}},114 \quad 1^{\text{mm}},949 \quad 2^{\text{mm}},078$$

oder im Mittel

$$\alpha = 2^{\text{mm}},047 \quad \alpha^2 = 4^{\text{mm}},194 \quad \alpha = 3^{\text{mm}},12.$$

Die Werthe für Quecksilber sind den Beobachtungen des folgenden Paragraphen entnommen.

Trotz der Ungenauigkeit der Werthe des Randwinkels θ , deren Bestimmung nur beiläufig geschah, zeigen die Zahlen der letzten Spalte, die mit denjenigen der dritten Spalte in Tabelle IV nahezu übereinstimmen, wie ungerechtfertigt die gewöhnliche Annahme ist den Randwinkel des capillaren Flüssigkeits-Meniskus in Glasröhren $= 0$ zu setzen, und aus capillaren Steighöhen die Capillar-Constanten der betreffenden Flüssigkeiten mit Hülfe dieser Annahme zu bestimmen.

Die unter den Zahlen der dritten und letzten Spalte vorhandenen Abweichungen bei Terpenthinöl und Schwefelkohlenstoff mögen vielleicht in einer chemischen Veränderung dieser Flüssigkeiten ihren Grund haben, da zufällig die Messungen von flachen Luftblasen und capillaren Steighöhen für diese Flüssigkeiten mehrere Wochen auseinander lagen.

6.

Für flache Quecksilbertropfen, die in freier Luft auf reinen Spiegelglasplatten lagen, wurden möglichst kurze Zeit nach dem Entstehen derselben ähnliche Messungen wie an flachen Luftblasen angestellt. Die Tabelle V giebt die Resultate derselben. Die Werthe K k und $K - k$ sind natürlich positiv.

V.

Flache Quecksilber-Tropfen in Luft.

 $\sigma = 13,5432$ Temp. = 20° C.

No.	$2r$	K	k	$K - k$	α
	mm	mm	mm	mm	mgr
1	28,9	3,463	0,529	2,934	58,30
2	?	3,555	0,705	2,850	54,99
3	(20)	3,722	0,851	2,871	55,84
4	(20)	3,731	0,939	2,792	52,78
5	(20)	3,630	0,857	2,773	52,07
6	32,5	3,628	0,789	2,839	54,56
7	34	3,649	0,788	2,861	55,46
8	33	3,656	0,774	2,882	56,24
Mittel					55,03

Die Tropfenhöhen K sind im Mittel $3^{\text{mm}},629$, woraus der spitze Randwinkel von Quecksilber gegen Glas mit Hülfe der Gleichungen 12 und 13 folgen würde, $\alpha = 55^{\text{mgr}},03$ gesetzt:

$$\theta = 51^{\circ} 8'.$$

7.

Aehnlich wie flache Quecksilbertropfen in Luft verhalten sich die Tropfen einer Flüssigkeit vom spec. Gewicht σ_1 in einer anderen Flüssigkeit vom spec. Gewicht σ_2 , sobald $\sigma_1 > \sigma_2$ ist.

Ich habe in dieser Beziehung Schwefelkohlenstoff und Chloroform in Wasser untersucht, welches in einem mit Siegellack geklebten Troge aus Spiegelglasplatten sich befand. Die in das Wasser gebrachten Flüssigkeitstropfen kamen mit dem Siegellack nicht in Berührung. Ohne diese Vorsicht wird α_{12} kleiner als in den folgenden Tabellen gefunden, in denen die Beobachtungen zusammengestellt sind. Die Messungen geschahen in der §. 5 beschriebenen Weise. Die Bezeichnung ist dieselbe wie dort, nur sind jetzt K k und $K - k$ positive Größen.

Flache Schwefelkohlenstoff-Tropfen in Wasser.

$\sigma_1 = 1,2687$

$\sigma_2 = 1$

$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,1343$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	25,5	7,878	2,368	5,510	5,571	4,069
2	"	7,887	2,409	5,478	5,577	4,021
3	"	7,536	2,146	5,390	5,328	3,893
4	27,1	7,960	2,130	5,830	5,628	4,555
5	"	8,091	2,283	5,808	5,723	4,520
6	?	8,000	2,217	5,783	5,657	4,480
Mittel						4,256

Flache Chloroform-Tropfen in Wasser.

$\sigma_1 = 1,4878$

$\sigma_2 = 1$

$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,2439$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	28,9	4,891	1,341	3,550	3,458	3,073
2	"	4,614	1,325	3,289	3,263	2,638
3	32,1	5,170	1,383	3,787	3,656	3,497
4	(36)	4,935	1,485	3,450	3,490	2,902
5	"	4,825	1,353	3,472	3,411	2,941
Mittel						3,010

Es ist bei diesen und den folgenden Versuchen zu bemerken, dass die Flüssigkeiten im Augenblick des Zusammenbringens die größte Cohäsion zeigen, dann aber sich gegenseitig mischen¹⁾, also auch sich ähnlicher werden in der Nähe der Gränzschicht, und dass dadurch dann die Spannung α_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche abnehmen muss, die ja 0 seyn würde, sobald die Flüssigkeiten 1 und 2

1) Nach Dupré (*théorie mécanique de la chaleur. Paris* 1869, 8°, p. 373) soll die Diffusion zweier Flüssigkeiten allemal stattfinden, sobald $\alpha_1 + \alpha_2 < 2F'$ wo $2F' = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_{12}$ (l. c. p. 370). Nach diesen Angaben würden also zwei Flüssigkeiten diffundiren, sobald α_{12} die Oberflächenspannung der gemeinschaftlichen Gränzfläche negativ wäre. Sie diffundiren aber nach meiner Erfahrung nicht blofs für $\alpha_{12} = 0$, sondern auch wenn α_{12} einen sehr merklichen, natürlich positiven, Werth hat.

dieselben wären. Aus den Versuchen geht auch diese Abnahme deutlich hervor.

Bleiben Schwefelkohlenstoff und Wasser längere Zeit in Berührung, so bildet sich an der Kuppe des Schwefelkohlenstoff-Tropfens eine Luftblase, die allmählig an Gröfse zunimmt.

Analoge Beobachtungen wurden an flachen Tropfen von Olivenöl, Terpenthinöl und Steinöl angestellt, die in ähnlicher Weise wie Luftblasen (vergl. §. 5) unter ein horizontales Planglas in Wasser gebracht wurden. Die beobachteten Werthe von Kk und $K - k$ sind negativ; der Kürze wegen jedoch die negativen Vorzeichen in der folgenden Zusammenstellung der Beobachtungen fortgelassen.

VII.

Flache Olivenöl-Tropfen in Wasser.

No.	$\sigma_1 = 0,9136$		$\sigma_2 = 1$		$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = 0,04318$		α
	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$		
1	32,9			7,006			2,120
2	"	9,662	2,633	7,029	6,832		2,134
3	45,2	10,052	2,772	7,280	7,108		2,289
4	42,1	9,770	2,896	6,874	6,908		2,042
5	"	9,677	2,838	6,839	6,842		2,020
6	47,4	9,719	2,778	6,941	6,873		2,082
7	"	9,592	2,807	6,785	6,782		1,988
Mittel							2,096

Flache Terpenthinöl-Tropfen in Wasser.

No.	$\sigma_1 = 0,8867$		$\sigma_2 = 1$		$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = 0,05665$		α_{12}
	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$		
1	16,5	6,276	1,764	4,512	4,438		1,150
2	"	6,12	1,76	4,36	4,328		1,074
3	?	6,128	1,602	4,526	4,334		1,157
4	18,7	6,368	1,479	4,889	4,503		1,350
5	"	6,279	1,538	4,741	4,440		1,270
6	"	6,295	1,685	4,610	4,451		1,200
7	17,5	6,080	1,545	4,535	3,832		1,162
8	12,9	5,62	1,35	4,27	3,974		1,030
9	23	6,40	1,79	4,61	4,526		1,200
Mittel							1,177

Flache Steinöl-Tropfen in Wasser.

$\sigma_2 = 0,7977$

$\sigma_1 = 1$

$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = 0,1012$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$KV\frac{1}{2}$	α_{12}
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	21,6	7,735	2,155	5,580	5,470	3,147
2	"	7,98	2,060	5,920	5,643	3,542
3	26,1	8,312	1,650	6,662	5,878	4,382
4	"	8,180	1,683	6,497	5,785	4,267
Mittel						3,834

Auch aus diesen Beobachtungen ergibt sich, dass die Flüssigkeiten sich mischen und die Capillar-Constante α_{12} um so kleiner wird, je länger die Flüssigkeiten mit einander in Berührung sind.

Die Zahlen der Spalte $KV\frac{1}{2}$ sind kleiner als die der Spalte $K - k$, woraus folgen würde, dass der Randwinkel θ_{12} nicht 0 war. Die mit Hülfe der Gleichungen 8 und 9 §. 3 berechneten Werthe dieses Randwinkels findet man in der letzten Spalte der Tabelle X §. 10 angegeben.

8.

Ich habe ferner die Capillar-Constanten der gemeinschaftlichen Oberfläche von Quecksilber mit anderen Flüssigkeiten gemessen.

Die in Tabelle VIII zusammengestellten Beobachtungen geschahen an flachen Quecksilbertropfen in einer wässrigen Lösung von unterschwefligsaurem Natron, Wasser und Olivenöl, wie an flachen Tropfen von Schwefelkohlenstoff oder Chloroform in Wasser (§. 7). Für die Beobachtungen von flachen Quecksilbertropfen in Terpenthinöl und Steinöl wurde aus Spiegelglasplatten ein Trog mit gewöhnlichem Tischlerleim, für Beobachtungen in absolutem Alkohol mit reinem Paraffin zusammengesetzt.

Sollte der vertikale Abstand des horizontalen und vertikalen Oberflächenelementes an flachen Quecksilbertropfen auf einem horizontalen Planglas in einer Flüssigkeit gemessen werden, die sich in einem Becherglas befand, so wurde an

dem Kathetometer ein biegsamer dicker Kupferdraht befestigt mit einer vertikalen dünnen Nähnadel am Ende. Die Nähnadelspitze wurde dann der Tropfenkuppe oder der horizontalen Glasplatte bis zur Berührung genähert (wo sich dann Nähnadelspitze und Bild derselben berühren mußten) oder in gleiche Höhe mit dem vertikalen Meridian-Elemente des Tropfens gestellt. Die letztere Einstellung ist jedoch schwierig und ungenau.

Für Quecksilber und Schwefelkohlenstoff wurden die Bestimmungen No. 3 bis 7 in dieser Weise gemacht; für No. 3 bis 5 wurden die Werthe von a_{12} aus $K - k$, für No. 6 und 7 aus $K \sqrt{\frac{1}{2}}$ erhalten, wobei der Randwinkel $= 180^\circ$ gesetzt wurde.

Ein anderer Theil der Beobachtungen geschah in folgender Weise. Eine $18^{\text{mm}},3$ lange horizontale Glasröhre von $25^{\text{mm}},8$ Durchmesser war an den Enden durch vertikale Plangläser geschlossen, die durch Schrauben gegen die eben geschliffene dicke Wandung der Glasröhre gedrückt wurden. Durch eine im oberen Theil der Röhre angebrachte Oeffnung wurde dieselbe zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt, und auf dies die Flüssigkeit gegossen, für deren gemeinschaftliche Gränze mit Quecksilber man die Capillar-Constante bestimmen wollte. Die Depression des Quecksilbers an dem von der specifisch leichteren Flüssigkeit benetzten vertikalen Planglase wurde mit dem Kathetometer gemessen, und diese war dann, den Randwinkel zu 180° angenommen, direct die oben (Gleichung 6 §. 3) mit a_{12} bezeichnete Constante. Die Beobachtungen No. 1 und 2 für Schwefelkohlenstoff, No. 1 und 2 für Steinöl und No. 1 bis 3 für Chloroform und Quecksilber geschahen auf diese Weise.

Durch Neigen des Gefäßes und unmittelbar darauf folgende Beobachtung der Capillar-Depression an der vertikalen Glaswand suchte ich den Randwinkel $= 180^\circ$ zu machen. Läßt man die Flüssigkeiten längere Zeit mit der Glaswand in Berührung, so ist im Allgemeinen der spitze Randwinkel $\theta_{12} > 0^\circ$, wie sich z. B. aus den Beobachtungen an Terpen-
thinöl-Quecksilber ergibt (vergl. Tab. VIII), wo der Rand-

winkel θ_{12} aus den Bestimmungen der Tropfenhöhe K zu $47^{\circ} 2'$, aus der Depression an einem Planglas zu $11^{\circ} 54'$ gefunden wurde.

Für die Beobachtungen an flachen Quecksilbertropfen in Steinöl und Alkohol sind die Werthe $K\sqrt{\frac{1}{2}}$ zum Theil gröfser, als die zugehörigen Werthe $K - k$, so dafs ich dann

$$\theta_{12} = 180 - \omega_{12} = 0$$

gesetzt, und das Mittel aus den Bestimmungen

$$\alpha_{12} = (K - k)^2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad \bar{\alpha}_{12} = \frac{K^2}{2} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad 14.$$

genommen habe.

VIII.

Flache Quecksilber-Tropfen in wässriger Lösung von unterschwefligsaurem Natron.

$$\sigma_1 = 13,543 \quad \sigma_2 = 1,1248 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,209$$

* No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α_{12}
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	16,3	3,722	1,027	2,695	2,631	45,10
2	"	3,659	1,052	2,607	2,587	42,19
3	16,4	3,703	1,085	2,618	2,618	42,54
4	27,3	3,937	1,101	2,836	2,784	49,94
5	"	3,828	1,098	2,730	2,707	46,28
6	"	3,699	1,019	2,680	2,616	44,59
Mittel						45,107

Flache Quecksilber-Tropfen in Wasser.

$$\sigma_1 = 13,543 \quad \sigma_2 = 1 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,271$$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α_{12}
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	28,9	3,538	0,905	2,633	2,502	43,49
2	"	3,572	0,890	2,682	2,525	45,10
3	(30)	3,564	1,004	2,560	2,520	41,10
4	(30)	3,643	1,038	2,605	2,576	42,56
5	(30)	3,613	1,006	2,607	2,555	42,62
6	32,5	3,581	0,958	2,623	2,532	43,15
7	30	3,611	1,084	2,527	2,554	40,05
Mittel						42,58

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α_{12}	$\bar{\alpha}$
1				mm 2,145*		mgr 29,82	
2	mm	mm	mm	2,118*	mm	28,59	mm
3	38	3,016	1,006	2,01	2,133	25,74	28,99
4	"	2,990	1,005	1,985	2,114	25,11	28,49
5	(30)	3,026	0,806	2,220	2,140	31,42	29,18
6	"	3,088	0,841	2,247	2,184	32,18	30,39
							28,94

Flache Quecksilber-Tropfen in Alkohol.

$$\sigma_1 = 13,543 \quad \sigma_2 = 0,7906 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,376$$

No.	2r	K	k	K - k	$K\sqrt{\frac{1}{3}}$	α_{12}	$\bar{\alpha}_{12}$
1	mm (30)	mm	mm	mm		38,05	
2	"	3,698	1,124	2,443	2,615	42,24	43,60
3	"	3,579	1,157	2,422	2,531	37,40	40,84
4	25,6	3,562	1,065	2,497	2,519	39,75	40,42
5				2,553		41,64	
6				2,580		42,43	
Mittel							40,708

Quecksilber und Schwefelkohlenstoff.

$$\sigma_1 = 13,543 \quad \sigma_2 = 1,2678 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,137$$

No.	α_{12}	α_{12}
	mm	mgr
1	2,550	39,90
2	2,580	40,85
3	2,439	36,51
4	2,543	39,68
5	2,370	34,46
6	2,491	38,09
7	2,432	36,31
Mittel		37,97

Quecksilber und Chloroform.

$$\sigma_1 = 13,543 \quad \sigma_2 = 1,4878 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,027$$

No.	α_{12}	α_{12}
	mm	mgr
1	2,618	41,29
2	2,598	40,69
3	2,586	40,29
Mittel		40,71

9.

Bei flachen Olivenöl-Tropfen in absolutem Alkohol wurden die Beobachtungen ähnlich wie bei Quecksilbertropfen in derselben Flüssigkeit angestellt, und gaben folgende Resultate.

IX.

Flache Olivenöl-Tropfen in Alkohol.

$$\sigma_1 = 0,9136 \quad \sigma_2 = 0,7906 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,0615$$

No.	$2r$	K	k	$K - k$	$K \sqrt{\frac{1}{2}}$	α
	mm	mm	mm	mm	mm	mgr
1	27,1	2,149	0,289	1,860	1,519	0,213
2	"	2,211	0,251	1,960	1,563	0,236
3	28,1	2,314	0,339	1,975	1,636	0,240
4	"	2,329	0,457	1,872	1,647	0,215
Mittel						0,226

Wegen der Plateau'schen Untersuchungen hat auch die Capillar-Constante an der gemeinschaftlichen Oberfläche von Olivenöl und wässrigem Alkohol von nahezu gleichem spec. Gewicht Interesse.

Ich bestimmte an einem Glas, das ein Jahr oder länger ruhig mit den Flüssigkeiten gestanden und in welchem der wässrige Alkohol ein größeres spezifisches Gewicht als das Olivenöl bekommen hatte, die Depression \bar{z} des Olivenöls an der vertikalen Cylinderfläche von 90^{mm} Durchmesser. Dieselbe war 14^{mm} an einer Stelle, wo dem reflectirten Lichte zufolge der Randwinkel 180° betrug, so dafs man hat

Olivenöl — Wässriger Alkohol (Plateau'sche Flüssigkeit)

$$\sigma_1 = 0,91599 \quad \sigma_2 = 0,92307 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,003538$$

$$\bar{z} = a_{12}$$

$$14^{\text{mm}}$$

$$\alpha_{12}$$

$$0^{\text{mgr}},6934.$$

10.

Die Versuchs-Resultate der drei vorhergehenden Paragraphen finden sich in der folgenden Tabelle X zusammengestellt. Der Uebersicht wegen sind gleichzeitig die Capillar-Constanten α_1 und α_2 der freien Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 neben der Capillar-Constante α_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten angegeben.

Man erkennt sofort, dafs die Relation $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$

nicht erfüllt ist (vergl. §. 2), daß α_{12} stets kleiner, wie die größere Capillar-Constante der freien Oberfläche einer Flüssigkeit ist, aber auch kleiner seyn kann, als die kleinere der Constanten α_1 oder α_2 . Das letztere ist z. B. der Fall für Terpenthinöl, Olivenöl oder Steinöl und Wasser.

Ein Einfluß der specifischen Gewichte auf den Werth von α_{12} ist aus diesen Beobachtungen nicht ersichtlich, wenn auch die gemeinschaftliche Oberfläche des Quecksilbers gegen andere Flüssigkeiten eine größere Capillar-Constante zeigt, als die gemeinschaftliche Oberfläche anderer specifisch leichteren Flüssigkeiten, wie das auch bei dem größeren specifischen Gewicht des Quecksilbers und der größeren Masse der sich gegenseitig anziehenden Theilchen zu erwarten war.

Die für Quecksilber und Chlorwasserstoffsäure aufgeführte Constante α_{12} ist aus früheren ¹⁾ Beobachtungen der Tropfenhöhe $K = 3^{\text{mm}},514$ berechnet, indem $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,22$ und der Randwinkel $\omega_{12} = 180^\circ$ angenommen wurde.

Die Betrachtungen des §. 5 lassen sich ebenso wie die Gleichungen 11 und 12 direct auf die hier besprochenen Beobachtungen anwenden, sobald man statt $\frac{\sigma}{2}$ die halbe Differenz der specifischen Gewichte oder $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ einführt. *

In der folgenden Zusammenstellung sind die Werthe von $\bar{\alpha}_{12}$ mit Hülfe der Gleichung 12, die Werthe von θ_{12} mit Hülfe der Gleichung 13 und dem Mittelwerth α_{12} , wie er aus den Beobachtungen von $\bar{K} - k$ gefunden wurde, berechnet aufgeführt.

Für eine Reihe von Substanzen liegt der Randwinkel θ_{12} zwischen θ_1 und θ_2 . Für die anderen Substanzen, Steinöl — Wasser ausgenommen, ist er kleiner als beide.

Ich muß jedoch bemerken, daß man auf die hier nur beiläufig gefundenen Werthe von θ_{12} oder θ_1 und θ_2 nicht zu großes Gewicht legen darf, da die Werthe α_{12} und $\bar{\alpha}_{12}$, wie ich bei einer anderen Gelegenheit noch näher erörtern werde, auch aus anderen Gründen, als bisher hier angenom-

1) Pogg. Ann. Bd. 105, S. 39. 1858.

men wurde, verschieden ausfallen können. Der für θ_{12} bei Olivenöl-Alkohol angegebene Werth ist übrigens zu groß, wie eine einfache Betrachtung des Tropfens lehrte, und es wird eine directe Bestimmung von θ_1 , θ_2 und θ_{12} immer einer indirecten vorzuziehen seyn.

X.

Capillar-Constanten der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten bei mittlerer Temperatur (20° C.).

No.	Substanz	σ_1	σ_2	$\pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$	α_1	α_2	α_{12}	$\bar{\alpha}_{12}$	θ_1	θ_2	θ_{12}
1	Quecksilber — unterschwelligs. Natron	13,543	1,1248	6,209	55,03	7,903	45,11	44,73	51° 8'	23° 20'	10° 42'
2	Quecksilber — Wasser	"	"	6,271	55,03	8,253	42,58	40,40	51° 8'	25° 32'	26° 8'
3	Quecksilber — Alkohol	"	0,7906	6,376	55,03	2,599	40,71	40,71	51° 8'	25° 12'	0
4	Quecksilber — Chloroform	"	1,4878	6,027	55,03	3,120	40,71	40,71	51° 8'	25° 12'	0
5	Quecksilber — Chlorwasserstoffsäure	"	(1,1)	6,22	55,03	(7,15)	38,41	38,41	51° 8'	32° 16'	0
6	Quecksilber — Schwefelkohlenstoff.	"	1,2687	6,137	55,03	3,274	37,97	37,97	51° 8'	32° 16'	0
7	Quecksilber — Olivenöl	"	0,9136	6,315	55,03	3,760	34,19	30,67	51° 8'	21° 50'	47° 2'
8	Quecksilber — Steinöl	"	0,7977	6,373	55,03	3,233	28,94	28,94	51° 8'	36° 20'	0
9*	Quecksilber — Terpenlinöl	"	0,8867	6,328	55,03	3,030	25,54	(21,47)	51° 8'	37° 44'	47° 2'
10	Schwefelkohlenstoff — Wasser	1,2687	1	0,1343	3,274	8,253	4,256	4,183	32° 16'	25° 32'	13° 8'
11	Steinöl — Wasser	0,7977	"	0,1012	3,233	8,253	3,834	3,277	36° 20'	25° 32'	42° 46'
12	Chloroform — Wasser	1,4878	"	0,2439	3,120	8,253	3,010	2,915	50° 25'	32° 17'	
13	Olivenöl — Wasser	0,9136	"	0,0432	3,760	8,253	2,096	2,050	44° 25'	32° 37'	44°
14	Terpenlinöl — Wasser	0,8867	"	0,0566	3,033	8,253	1,177	1,054	37° 44'	25° 32'	37° 44'
15	Olivenöl — wässriger Alkohol	0,9136	0,9231	0,0035	3,760	(2,907)	0,693				
16	Olivenöl — Alkohol	0,9136	0,7906	0,0615	3,760	2,599	0,226	0,156	21° 50'	25° 12'	87° 48'

Es mag hier noch erwähnt werden, daß für Flüssigkeiten, die in jedem Verhältniß mischbar sind, $\alpha_{12} = 0$ ist, so für Wasser — wässrige Lösung von unterschwefligsaurem Natron, Wasser — Alkohol, Terpenthinöl — Alkohol, Terpenthinöl — Olivenöl, Terpenthinöl — Schwefelkohlenstoff.

Wird die Flüssigkeit 1 identisch mit der Flüssigkeit 2, so ist natürlich α_{12} auch $= 0$.

Die Capillar Constante α_{12} mißt die Oberflächen-Spannung der Flüssigkeit 1 an der gemeinschaftlichen Gränzfläche ebensowohl, wie die Oberflächen-Spannung der Flüssigkeit 2 in der Nähe der gemeinschaftlichen Gränze.

II.

Flache Tropfen oder Blasen mit heterogenen Flüssigkeiten überzogen.

11.

Bringt man auf einen flachen Tropfen einer Flüssigkeit 1 von großem Durchmesser $2r$, der sich auf einem horizontalen Planglas in einer Flüssigkeit 2 befindet, einen kleinen Tropfen einer anderen Flüssigkeit 3, und dieser kleine Flüssigkeits-Tropfen 3 breitet sich auf der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 aus¹⁾, so überzieht er diese mit einer dünnen Schicht oder Haut von äußerst kleiner Dýcke. Man kann dann annehmen, daß die Gestalt der gemeinschaftlichen Oberfläche von Flüssigkeit 1 und 3 dieselbe, wie die der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 2 und 3 ist.

Unter dieser Voraussetzung werden auch noch die Gleichungen des §. 3 Gültigkeit haben, sobald man darin $\alpha_{13} + \alpha_{32}$ statt der Constante α_{12} einführt. Es ist

$$\alpha = a^2 \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \alpha_{13} + \alpha_{32} \quad . \quad . \quad 5a.$$

$$K - k = a \quad . \quad . \quad . \quad 8a.$$

$$K = a \sqrt{1 - \cos \omega} \quad . \quad . \quad . \quad 9a.$$

1) Ueber die Bedingungen, unter denen die Ausbreitung erfolgt, vergleiche man den Abschnitt V §. 24 bis 32.

und für den Fall, dafs der Randwinkel $\omega = 180^\circ$ ist

$$K = a \sqrt{2} \dots \dots \dots 10 a.$$

In den folgenden Tabellen ist analog der früheren Bezeichnung (§. 8)

$$\alpha = (K - k)^2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{K^2}{2} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \dots \dots \dots 14 a.$$

gesetzt.

Bei dieser Rechnung ist einmal die Dicke der Flüssigkeitsschicht 3 kleiner als die Länge angenommen, welche man noch bei K oder k zu bestimmen vermag, also etwa kleiner als $0^{mm},01$. Anderseits ist aber diese Dicke auch $> 2l$ vorausgesetzt, gröfser als die doppelte Entfernung, in welcher die Molecularkräfte der Capillarität noch wirksam sind.

12.

Zunächst kann man als Flüssigkeit 1 Luft nehmen, indem man in der §. 5 beschriebenen Weise eine Luftblase in eine Flüssigkeit 2 unter ein horizontales Planglas bläst. Mit einem rechtwinklig gebogenen Glasröhrchen wird dann ein kleiner Tropfen der Substanz 3 an die Oberfläche der Luftblase in der Flüssigkeit 2 gebracht, wo er sich ausbreitet.

In den Gleichungen des vorigen Paragraphen ist für diesen Fall

$$\sigma_1 = 0 \quad \alpha_{13} = \alpha_3$$

zu setzen.

Im Augenblicke der Ausbreitung beobachtet man eine plötzliche Gestaltsänderung der Luftblase; diese wird breiter und niedriger.

Die Einrichtung der Tabelle XI, welche eine Uebersicht der Beobachtungen giebt, ist dieselbe wie die der früheren Tabellen, die letzte Spalte enthält den Werth von $\alpha_3 + \alpha_2$, wie er aus den früheren Beobachtungen an Luftblasen oder Flüssigkeitstropfen in anderen Flüssigkeiten (Tab. X §. 10) gefunden wurde.

XI.

Fläche Luftblasen in Wasser ($\frac{\sigma_2}{2} = 0,5$)

No.	Substanz 3.	2r	K	k	K-k	KV $\frac{1}{2}$	α	\bar{n}	α ber. = $\alpha_3 + \alpha_{32}$
1	Schwefelkohlenstoff	28,6	5,332	1,450	3,902	3,770	7,61	7,11	7,581
2	Olivenöl	30,7	4,901	1,362	3,539	3,465	6,26	6,00	5,856
3	"	100	4,762	1,362	3,400	3,367	5,78	5,67	
4	Terpenithinöl	20	3,803	1,000	2,803	2,689	3,920	3,615	4,210
5	"	20,8	3,808	0,939	2,869	2,693	4,115	3,625	
6	Steinöl	28,6	5,310	1,558	3,752	3,755	7,035	7,05	7,067

Fläche Luftblasen in Olivenöl ($\frac{\sigma_2}{2} = 0,4568$)

No.	Substanz 3.	2r	K	k	K-k	KV $\frac{1}{2}$	α	\bar{n}	α ber. = $\alpha_3 + \alpha_{32}$
1	Absolut. Alkohol	?	3,770	0,923	2,847	2,666	3,204	2,808	2,825
2	"	?	3,701	0,921	2,780	2,617	3,054	2,707	
3	"	?	3,534	0,830	2,704	2,499	2,890	2,469	

Die berechneten Werthe von $\alpha_3 + \alpha_{32}$ zeigen mit den beobachteten Werthen von α und $\bar{\alpha}$ eine Uebereinstimmung, die eine vollkommene Bestätigung der theoretischen Betrachtungen genannt werden kann. Die kleine Abweichung bei $\bar{\alpha}$ für Terpenthinöl erklärt sich daraus, daß der Randwinkel ω nicht 180° gewesen ist.

Bei den Versuchen an Luftblasen in Olivenöl verdrängte der aufgebraute Alkohol das Oel sehr bald von dem horizontalen Planglas, die Luftblase änderte ihre Gestalt sehr bedeutend, das vertikale Meridianelement k verschwand, die Luftblase breitete sich bis zum Rande des aufgelegten horizontalen Planglases (vergl. §. 5) aus, und entwich in die Atmosphäre.

Es mag hier noch bemerkt werden, daß schon ganz dünne Schichten der Flüssigkeit 3, die auf der Luftblase Newton'sche Farbenringe zeigten, genügen, um die Gestaltsänderung der Luftblase hervorzubringen. Waren die aufgebrauchten Spuren der Flüssigkeit 3 noch geringer, so daß man sie auf andere Weise kaum würde nachweisen können, so trat doch noch eine sehr merkbare, wiewohl kleinere Gestaltsänderung der Luftblase ein. Die Dicke der aufgebrauchten Schicht der Flüssigkeit 3 ist in letzterem Falle kleiner als $2l$, oder die doppelte Entfernung, in der die Molecularkräfte der Capillarität noch wirksam sind¹⁾.

Die Gestaltsänderung ist natürlich um so merklicher, je mehr α_2 und $\alpha = \alpha_3 + \alpha_{32}$ von einander verschieden sind, besonders auffallend also bei Terpenthinöl und Olivenöl.

1) Ich will bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam machen, daß ich in einer Mittheilung über die Größe von l (Gött. Nachr. 1869, S. 217 Pogg. Ann. Bd. 137, S. 403, 1869) ein Versehen begangen habe, wenn ich sagte, eine dünne Flüssigkeitlamelle könne nach der Ansicht des Hrn. Plateau nicht mehr bestehen, sobald ihre Dicke $< 2l$ wird. Die von mir angeführten Versuche (Plateau, *rech. exp. etc.* 5^e sér. *Mém. d. Brux.* t. XXXIII. p. 44. 1861) schienen mir für diese Annahme zu sprechen, während Hr. Plateau nur den capillaren Druck einer gekrümmten Flüssigkeitlamelle von der Dicke D derselben abhängig annimmt, sobald $D < 2l$ (Vergl. Plateau, *rech. exp.* 2^e sér. *Mém. d. Brux.* t. XVI. p. 35, 1847).

Legt man flache Tropfen von Wasser oder Olivenöl auf eine mit Lycopodium-Pulver bestäubte horizontale Glasplatte, so haben diese dieselbe (umgekehrte) Gestalt, wie eine Luftblase von gleichem Volumen in diesen Flüssigkeiten, und würde man α_2 in ähnlicher Weise aus $K - k$ wie bei Luftblasen bestimmen können. Dasselbe gilt von den großen Wassertropfen, die der Thau in der Vertiefung gewisser Blätter, z. B. bei Kohlpflanzen bildet.

Bringt man auf solche flache Wassertropfen eine Spur Oliven- oder Terpenthinöl, oder auf einen flachen Olivenöl-Tropfen eine Spur Terpenthinöl, so sieht man auch sofort den Tropfen niedriger und breiter werden, also eine Gestaltsänderung wie bei Luftblasen.

Bei der Schwierigkeit flache Tropfen von grossem Durchmesser von Wasser und Oel auf Glasplatten zu erhalten, habe ich darauf verzichtet, Messungen über diese Gestaltsänderungen anzustellen.

13.

Bringt man auf die Oberfläche von flachen Tropfen einer Flüssigkeit 1 in Luft eine kleine Menge einer Flüssigkeit 3, die sich auf dieser Oberfläche ausbreitet, so ist in den Gleichungen 5a bis 14a des §. 11

$$\sigma_2 = 0 \quad \alpha_{32} = \alpha_3$$

zu setzen.

Auf flache Quecksilber-Tropfen in Luft wurden kleine Tröpfchen von Wasser, Olivenöl, Terpenthinöl gebracht. Sobald sich diese auf der Quecksilber-Oberfläche ausbreiten, sieht man die Tropfen niedriger und breiter werden.

In der folgenden Tabelle sind einige Beobachtungen zusammengestellt.

XII.

Flache Quecksilbertropfen in Luft ($\frac{\sigma_1}{2} = 6,771$)

No.	Substanz	3	2r	K	k	K - k	α	$\alpha \text{ ber.} = \alpha_{13} + \alpha_3$
1	Wasser		mm	mm	mm	mm	mgr	mgr
2	Olivenöl		20	3,529	0,830	2,699	49,33	50,83
3	"		32	3,117	0,770	2,347	37,30	
4	"		38,2	3,164	0,796	2,368	37,96	37,95
5	"		45,5	3,125	0,755	2,370	38,03	
6	Terpenthinöl		20	2,891	0,811	2,080	29,30	
7	"		30,2	2,944	0,869	2,075	29,16	28,57
8	"		"	2,905	0,875	2,030	27,90	
9	"		34	2,837	0,687	2,150	31,30	

Die beobachteten Werthe von α stimmen mit den aus α_3 und α_{13} nach Tab. X §. 10 berechneten überein, und bestätigen somit die Theorie.

Es ist jedoch zu bemerken, dass nicht alle Beobachtungen dieses Resultat geben, und das man bei Wasser, welches auf das Quecksilber gebracht wird, α oft kleiner, bei Terpenthinöl auf Quecksilber gebracht, α oft gröfser findet, als es die Theorie erwarten lässt.

Der Grund dieser Abweichung ist hauptsächlich in der Adsorption von Dämpfen zu suchen, die sich aus der Atmosphäre auf der Quecksilber Oberfläche, sobald diese entstanden ist, condensiren. Da nun für die von mir untersuchten Flüssigkeiten, die in Dampfform in der Atmosphäre des Beobachtungsraumes vorkommen konnten,

$$\alpha_1 > \alpha_{13} + \alpha_3$$

war, so beobachtete ich bei dem Vorgange der Adsorption eine Aenderung der Tropfen-Gestalt, K und $K - k$ wurden kleiner.

Diese Dampf-Condensation tritt, wie ich schon früher ¹⁾ nachzuweisen versucht habe, auch an der Oberfläche fester Metalle und fester Körper überhaupt auf und ist auch bei anderen physikalischen Erscheinungen, wie z. B. bei Versuchen über Wärmestrahlung, unter Umständen eine erheb-

1) Pogg. Ann. Bd. 108, S. 326. 1859.

liche Fehlerquelle, wo sie Magnus¹⁾ mit dem Namen Vaporhäsion bezeichnet hat.

Eine an der Oberfläche des Quecksilbers condensirte Luftschicht mag einen ähnlichen Einfluss, wie eine dünne Flüssigkeitsschicht haben.

In diesen Oberflächen-Condensationen ist der Grund der Abnahme der Capillar-Constante zu suchen, die ich selbst noch an flachen Quecksilber-Tropfen beobachtet habe, die erst im luftleeren Raume entstanden²⁾, da selbst dieser luftleere Raum, wie ich auch damals ausdrücklich bemerkt habe³⁾, noch Fettdämpfe enthält.

Die Verdichtung der Dämpfe an der Quecksilber-Oberfläche scheint dabei mit ziemlicher Schnelligkeit vor sich zu gehen, und findet man in Räumen, die Terpenthinöldampf enthalten, K und $K - k$ ungewöhnlich klein. Ebenso sind Steinöl-Dampf und selbst das Fett der Haare und des Körpers von merklichem Einfluss auf die Gestalt der Quecksilber-Tropfen.

Es kann daher leicht kommen, dass man die Flüssigkeit 3 auf einen Quecksilber-Tropfen bringt, der schon mit einer äußerst dünnen Schicht einer Flüssigkeit 4 überzogen ist, und dann wird

$$\alpha = \alpha_{14} + \alpha_{43} + \alpha_3$$

seyn. Je nachdem nun dieser Werth größer oder kleiner als $\alpha_{13} + \alpha_3$ ist, kann man α durch die Beobachtung größer oder kleiner finden, als es die Theorie des §. 11 verlangt. Da bei den in Tabelle X §. 10 aufgeführten Flüssigkeiten für Quecksilber und Wasser als Substanzen 1 und 3 der Werth $\alpha_{13} + \alpha_3$ sehr groß, dagegen für Quecksilber und Terpenthinöl sehr klein ist, so muss bei Wasser, das als Substanz 3 auf scheinbar reine Quecksilberflächen gebracht wird, α zu klein und bei Terpenthinöl als Substanz 3 α zu groß gefunden werden. Außerdem hängen α_{14} und α_{43} von der größeren oder geringeren Lamellendicke der Substanz 4 ab, die oft kleiner

1) Pogg. Ann. Bd. 130, S. 207. 1867.

2) Pogg. Ann. Bd. 105, S. 33. 1858.

3) *Ib.* S. 43.

als der doppelte Radius der Wirkungssphäre ist, und sich der Beurtheilung vollkommen entzieht, so daß die Differenz der beobachteten und berechneten Werthe bald größer, bald kleiner ausfallen muß. (Vergl. §. 27.)

Der Versuch bestätigt alle diese Schlüsse in oft sehr unerwünschter Weise, da die Gestalt von Quecksilbertropfen in freier Luft oft von Spuren einer Flüssigkeit verändert wird, die man gar nicht in der Atmosphäre vermuthet.

Beim Aufbringen von Steinöl auf flache Quecksilbertropfen habe ich ebenfalls bei den vier von mir angestellten Versuchen α stets größer gefunden, als die Theorie nach den Bestimmungen der Tabelle X für $\alpha_{13} + \alpha_3$ erwarten liefs.

Der Einfluß der von der freien Tropfenoberfläche adsorbirten oder condensirten Dämpfe tritt bei Tropfen in freier Luft natürlich viel deutlicher hervor als bei den im vorigen §. beschriebenen Versuchen an Luftblasen, die von der sie umgebenden Flüssigkeit vor Verunreinigungen geschützt sind.

14.

Statt eine Flüssigkeit 3 auf die freie von Luft begränzte Oberfläche einer Flüssigkeit 1 oder 2 zu bringen, kann man sie auch auf die gemeinschaftliche Oberfläche zweier Flüssigkeiten 1 und 2 bringen, wie schon als allgemeinsten Fall in den theoretischen Betrachtungen des §. 11 vorausgesetzt wurde.

Auf flache Olivenöl- oder Schwefelkohlenstoff-Tropfen in Wasser, die nach dem §. 7 beschriebenen Verfahren erhalten waren, wurde Terpenthinöl, auf flache Quecksilbertropfen in Wasser wurde Olivenöl, Terpenthinöl oder Steinöl gebracht.

XIII.

Flache Tropfen mehrerer Flüssigkeiten übereinander

No.	Substanz 3.	$2r$	K	k	$K - k$	$K\sqrt{\frac{1}{2}}$	α	$\bar{\alpha}$	$\alpha \text{ ber.} = \alpha_{13} + \alpha_{32}$
-----	-------------	------	-----	-----	---------	-----------------------	----------	----------------	---

Flache Olivenöl-Tropfen in Wasser ($\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = 0,432$)

		max	min	max	min	max	min	max	min
1	Terpenthinöl	47,4	8,877	2,360	6,517	6,276	1,835	1,702	1,177
2	"	36,6	8,972	2,570	6,402	6,345	1,770	1,739	

Flache Schwefelkohlenstoff-Tropfen in Wasser ($\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,1343$)

3	Terpenthinöl	27,1	7,536	2,256	5,270	5,321	3,721	3,803	1,177
---	--------------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Flache Quecksilber-Tropfen in Wasser ($\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 6,271$)

4	Olivenöl	28,9	3,446	0,885	2,561	2,437	41,31	37,26	36,29
5	Terpenthinöl	30	3,192	0,984	2,208	2,257	30,58	31,96	
6	"	30	3,276	1,010	2,266	2,316	32,21	33,65	
7	"	30	3,122	0,905	2,217	2,208	30,83	30,58	27,72
8	"	"	3,286	0,942	2,344	2,324	34,45	33,87	
9	Steinöl	"	3,560	1,098	2,462	2,517	38,02	39,74	32,77
10	"	36,1	3,501	0,849	2,652	2,476	44,10	38,44	

Die vorstehend zusammengestellten Versuche zeigen auf den ersten Blick keine befriedigende Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung.

Dieser Mangel an Uebereinstimmung liegt in der Schwierigkeit, die im Schnittpunkte P der gemeinschaftlichen Oberflächen vorhandenen Massen genügend zu berücksichtigen. Für die Wirkung der Oberflächenspannung α_{23} an der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 2 und 3 wurden nur Theilchen der Flüssigkeiten 2 und 3 betrachtet, der Einfluss der in P gleichfalls vorhandenen Theilchen der Flüssigkeit 1 ganz vernachlässigt. Der Fehler ist um so größer, je größer die Masse dieser Flüssigkeitstheilchen, je größer die Dichtigkeit der Flüssigkeit 1 ist. Ebenso wurden bei der Wirkung der Kräfte α_{12} und α_{31} die im Punkte P befindlichen Massentheilchen der Flüssigkeit 3 resp. 2 vernachlässigt.

Diese Schwierigkeit ist um so größer, als die Dichtigkeit der Flüssigkeiten 2 und 3, die sich im Punkte P berühren innerhalb einer Entfernung von P , die kleiner als der Radius der Wirkungssphäre ist, sehr wohl durch die Gegenwart eines Theilchens der Flüssigkeit 3 modificirt seyn kann.

Die Flüssigkeitstheilchen an der Oberfläche besitzen ganz andere Eigenschaften, als im Innern einer Flüssigkeit, und zwar verschiedene Eigenschaften, je nach der Beschaffenheit des Körpers, an welchen die Flüssigkeit gränzt. Poisson ¹⁾ denkt sich die Flüssigkeit in der Nähe der Oberfläche verdichtet (*un état particulier de compression du liquide*), doch möchte ich unter Umständen, z. B. in der freien Oberfläche, auch eine negative Verdichtung oder eine Ausdehnung annehmen ²⁾.

Bei den Versuchen des vorigen Paragraphen modificirte Luft als Flüssigkeit 2 in der Nähe des Punktes P die Gröfse α_{13} unmerklich, da beobachtete und berechnete Werthe der in Tab. XI und XII mit α bezeichneten Gröfse nahezu übereinstimmen.

1) *Mém. d. l'inst.* IX, p. 78. 1826.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 108, S. 326. 1859.

Hat aber die Flüssigkeit 3 gröfsere Dichtigkeit, so wird die im Punkte *P* wirksame Masse einen merklichen Einflufs bekommen, die im Punkte *P* wirkenden Kräfte üben einen gröfseren Zug aus, als die durch die Beobachtungen des vorigen Abschnitts gefundenen Zahlen ausdrücken, die Gröfse *a* wird bei diesen Bestimmungen zu grofs gefunden. Besonders bei den Quecksilbertropfen tritt dieser Unterschied von Theorie und Beobachtung hervor.

Terpenthinöl auf Schwefelkohlenstoff gebracht, scheint von diesem schnell aufgelöst zu werden, denn die dadurch bewirkte Gestaltsänderung des Schwefelkohlenstoff-Tropfens in Wasser ist nur unbedeutend.

Bei Olivenöl und Terpenthinöl geht die Mischung langsamer vor sich, so dafs hier im ersten Augenblick die Gestalt des Olivenöltropfens viel stärker verändert wird, und sich nahezu so verhält, als wäre derselbe mit Terpenthinöl überzogen.

Für die durch Gegenwart eines Körpers 1 bedingte Dichtigkeitsänderung einer Flüssigkeit 2 oder 3 in der Nähe des gemeinschaftlichen Berührungspunktes *P* sprechen noch andere Umstände.

Der Versuch lehrt (vergl. §. 18), dafs ein mit einer Flüssigkeit 2 benetzter Körper die Flüssigkeitstheilchen an seiner Oberfläche festhält, so dafs sich die an der Oberfläche einer Substanz 1 haftende oder adsorbirte Flüssigkeitsschicht nur schwer von derselben entfernen läfst. Dabei kann die Substanz 1 ein fester Körper oder eine Flüssigkeit seyn. Ich werde später noch mehrfach auf dies Verhalten von adsorbirten Flüssigkeitsschichten aufmerksam zu machen haben, und es mag auch in den hier (§. 14) beschriebenen Versuchen die adsorbirte (verdichtete?) Wasserschicht die Verunreinigung oder Mischung der aufgebrachtten Substanz 3 mit Wasser begünstigt haben.

Jedenfalls ist es wahrscheinlich, dafs bei der Ausbreitung der Flüssigkeit 3 auf der gemeinschaftlichen Oberfläche von Flüssigkeit 1 und 2, wo alle Punkte dieser Fläche nach und

nach Schnittpunkte *P* der drei gemeinschaftlichen Flüssigkeits-Oberflächen geworden sind, die Dichtigkeit der Flüssigkeit 3 in anderer Weise modificirt worden ist, als wenn sich dieselbe Flüssigkeit an der freien (von Luft begränzten) Oberfläche von 1 oder 2 ausgebreitet hätte.

Ohne Kenntniß dieser Dichtigkeitsänderung und des Einflusses derselben auf die Größe der Capillar-Constanten oder Oberflächen-Spannung läßt sich natürlich auch kein mathematischer Ausdruck für die Gestalt der Flüssigkeitstropfen bei den in diesem §. beschriebenen Versuchen aufstellen.

Uebrigens will ich hier noch ausdrücklich bemerken, daß die Flüssigkeiten nicht vollkommen beweglich sind, wie es bei den theoretischen Betrachtungen vorausgesetzt wurde, daß also die Bewegung der Flüssigkeits-Theilchen gegeneinander durch eine gewisse Reibung gehindert ist. Es wäre daher möglich, daß die Flüssigkeit 3 auf einer sehr dünnen an der Oberfläche der Flüssigkeit 1 adsorbirten Schicht der Flüssigkeit 2 sich ausbreitete, und dadurch die erwähnte Verschiedenheit von Theorie und Erfahrung bedingte. (Vgl. §. 18 und 27.)

III.

Capillare Steighöhen in untergetauchten Röhren.

15.

Der bekannteste Versuch der Capillarität ist wohl das Ansteigen von Flüssigkeiten in Röhren, die mit Luft gefüllt in eine Flüssigkeit 1 eingetaucht werden.

Die Flüssigkeit 1 erhebt sich dann über das horizontale Flüssigkeits-Niveau, d. h. die freie ebene Oberfläche der Flüssigkeit 1, bis zu einer mittleren Steighöhe (vergl. §. 4)

$$h = \frac{2}{\sigma} \frac{\alpha \cdot \cos \omega}{r},$$

wo α die Capillar-Constante der freien Oberfläche, σ das Spec.-Gew. der Flüssigkeit, ω der Randwinkel und r der Röhren-Radius ist.

Man kann nun aber die über dem capillaren Meniskus

und der ebenen Oberfläche der Flüssigkeit 1 befindliche Luft durch eine Flüssigkeit 2 ersetzen, die auch noch das obere Ende der vertikalen Capillarröhre bedeckt. Man beobachtet dann je nachdem der Randwinkel $\omega_{12} <$ oder $> 90^\circ$ ist, ein Ansteigen oder Sinken des Flüssigkeitsmeniskus der gemeinschaftlichen Gränze der Flüssigkeiten 1 und 2 in der Capillarröhre über oder unter die Horizontal-Ebene, in der die Flüssigkeiten 1 und 2 sich außerhalb der Capillarröhre in dem sie enthaltenden weiteren Gefäße befinden.

Obwohl Laplace ¹⁾ diesen Fall theoretisch behandelt hat, so sind doch meines Wissens keine Versuche in dieser Beziehung bisher angestellt worden.

Nach den im §. 1 angegebenen Hauptsätzen muß das von dem capillaren Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche getragene Flüssigkeitsgewicht gleich der Röhrenperipherie multiplicirt mit $\alpha_{12} \cos \omega_{12}$ seyn. Nennt man also h_{12} die mittlere Steighöhe des capillaren Meniskus über die ebene Gränze der Flüssigkeiten 1 und 2 mit den specifischen Gewichten σ_1 und σ_2 in einer vertikalen Röhre vom Radius r , so ist

$$(\sigma_1 - \sigma_2) h_{12} \cdot r^2 \pi = 2 r \pi \cdot \alpha_{12} \cdot \cos \omega_{12}$$

$$h_{12} = \frac{2}{\sigma_1 - \sigma_2} \cdot \frac{\alpha_{12} \cos \omega_{12}}{r} \quad 15.$$

Ist die Röhre nicht vollkommen cylindrisch, so ist r der Röhren-Radius an der Stelle, wo der capillare Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche die feste Wand der Capillarröhre schneidet.

Natürlich kann in dem Falle, daß $\omega_{12} > 90^\circ$ ist, diese mittlere Steighöhe h_{12} auch negativ werden; es findet dann eine Depression statt. Für den Fall, daß der Randwinkel bekannt, also z. B. $\omega_{12} = 0$ oder 180° ist, läßt sich aus der Gleichung 15 die Capillar-Constante α_{12} der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten berechnen.

1) Laplace, *supplément au liv. X de la méc. cél. Oeuvres t IV*, p. 491.

Die Versuche wurden an *Wasser* und *Terpenthinöl* in der Weise angestellt, daß in einen Glascylinder von 40^{mm} Durchmesser und 250^{mm} Höhe etwas Wasser als Flüssigkeit 1 und auf dieses vorsichtig durch Herablaufen an der Wand des Glascylinders Terpenthinöl als Flüssigkeit 2 gegossen wurde. Da ein Ansteigen des capillaren Meniskus zu erwarten war, wurde die Höhe der Terpenthinölsäule bedeutend größer, als die der Wasserschicht gewählt.

Vor der Glasbläserlampe wurden aus einer möglichst gereinigten dickeren Glasröhre Glasfäden von passender Weite gezogen. In dem so hergestellten, beiderseitig offenen Capillarrohr liefs ich eine Wassersäule aufsteigen und schmolz das obere Ende der Röhre zu, so daß dieselbe fast ganz mit Wasser gefüllt war. Der Glasfaden wurde mit dem zugeschmolzenen Ende durch zwei Kautschuckringe geschoben und so auf einem reinen Spiegelglasstreifen von 10^{mm} Breite und 300^{mm} Länge befestigt, der eine eingezätzte Millimetertheilung trug. Auf dem oberen Ende des Glasfadens wurde unterhalb des oberen Endes der Wassersäule mit dem Glasmesser ein Feilstrich gemacht, Spiegelglasstreifen und Capillarrohre in den Glascylinder getaucht, so daß der Feilstrich in Terpenthinöl, das untere offene Ende des Glasfadens in Wasser stand. Wurde jetzt die Spitze des Glasfadens an dem Feilstrich unter Terpenthinöl abgebrochen, so sank das Wasser in dem Capillarrohr, Terpenthinöl drang nach, und der nach oben concave Meniskus sank bis zu einer Höhe h_{12} über der horizontalen Gränzschicht von Wasser und Terpenthinöl, die mit einem horizontalen Fernrohr an der vertikalen Millimetertheilung abgelesen wurde. Das Glasrohr wurde an der Stelle, wo sich der capillare Meniskus befunden hatte, mit dem Glasmesser durchgeschnitten und der innere Durchmesser $2r$ der Schnittfläche in der § 4 beschriebenen Weise mit Mikroskop und Ocular-Mikrometer gemessen.

Die unter No. 1 und 2 in Tabelle XIV aufgeführten Versuche wurden in der beschriebenen Weise angestellt; bei No. 3 war der Versuch in sofern verschieden, als das

Capillarrohr, nicht mit Wasser, sondern mit Terpenthinöl gefüllt, mit dem oberen Ende unter Terpenthinöl, mit dem unteren unter Wasser getaucht wurde. Beim Abbrechen des oberen Endes unter Terpenthinöl stieg dann das Wasser von unten in dem Capillarrohr in die Höhe, dessen Wände von Terpenthinöl benetzt waren. Der capillare Meniskus bewegte sich also bei Herstellung der Gleichgewichtslage in No. 3 aufwärts in einer mit Terpenthinöl benetzten Röhre, bei No. 1 und 2 abwärts in einer mit Wasser benetzten Röhre.

XIV.

Steighöhe in untergetauchten Capillarröhren

 $W_{\text{Wasser}} - \text{Terpenthinöl}$

$\sigma_1 = 1$

$\sigma_2 = 0,8867$

$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,05665$

No.	$2r$	h	hr	$\alpha_{12} \cos \omega_{12}$	ω_{12}
	mm	mm	mm	mgr	°
1	0,813	54,9	22,32	1,265	0
2	0,557	79,9	22,24	1,260	0
3	0,506	56,4	14,28	0,809	50 8'

Die Einrichtung vorstehender Tabelle erläutert sich von selbst. Die letzte Spalte enthält den Randwinkel ω_{12} , wie er aus den Zahlen der vorletzten Spalte mit dem durch Tropfen-Beobachtungen bekannten Werthe der Capillar-Constante (Tabelle X §. 10)

$\alpha_{12} = 1^{\text{mgr}}, 177$

sich ergibt. Für die Versuche No. 1 und 2 ist der Randwinkel $\omega_{12} = 0$ und die Uebereinstimmung der nach beiden Methoden erhaltenen Zahlen befriedigend. Bei No. 3 war der Randwinkel ein anderer und näherte sich der Gröfse $47^\circ 2'$, welche ich mit den Tropfen-Beobachtungen gefunden hatte.

Die Verschiedenheit des Randwinkels erklärt sich aus der Verschiedenheit der Flüssigkeitsschicht, die der capillare Meniskus bei seiner Bewegung zu verdrängen hatte, und hängt mit der schon oben (§. 14) erwähnten Verschiedenheit

zusammen, welche Theilchen derselben Flüssigkeit in der Nähe der Gränzfläche mit verschiedenen Substanzen zeigen.

17.

Aehnliche Versuche wurden mit *Schwefelkohlenstoff* als Flüssigkeit 1 und *Wasser* als Flüssigkeit 2 angestellt. In diesem Falle findet jedoch eine Depression des capillaren Meniskus statt, der seine convexe Seite nach oben, dem Wasser zuwendet. Die Dicke der Schwefelkohlenstoffschicht in dem weiten Glasylinder ist also dem entsprechend grösser, als die der darüber befindlichen Wasserschicht zu nehmen.

Das Capillarrohr war vor dem Untertauchen mit destillirtem Wasser gefüllt. Die Versuche ergaben folgende Resultate.

XV.

Steighöhe in untergetauchten Capillarröhren

Schwefelkohlenstoff – Wasser

$$\sigma_1 = 1,2687$$

$$\sigma_2 = 1$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,1343$$

No.	$2r$	h	hr	$\alpha_{12} \cos \omega_{12}$	ω_{12}
	mm	mm	mm	mgr	
1	2,652	—25	—33,14	4,451	180°
2	0,964	—66,6	—32,12	4,314	180
3	0,888	—68	—30,21	4,057	180
Mittel				4,274	

Der Mittelwerth der Zahlen der vorletzten Spalte stimmt mit der aus Tropfen Beobachtungen abgeleiteten Constanten (vergl. Tab. X §. 10) $\alpha_{12} = 4^{\text{mgr}}, 256$ sehr nahe überein. Der Randwinkel ω_{12} ist also bei den Versuchen in der Capillarröhre nahezu 180° gewesen, während er nach der früheren Methode durch Tropfen-Beobachtungen an einem Planglas 167° gefunden wurde.

Man kann diese Versuche, ebenso wie die des vorigen Paragraphen als eine Bestätigung der theoretischen Betrachtungen ansehen.

18.

Beobachtet man die Steighöhe in vertikalen Capillarröhren, deren oberes Ende in *Olivenöl*, deren unteres in *Wasser* mündet, so findet man eine Depression oder eine Erhebung des capillaren Meniskus unter oder über die gemeinschaftliche ebene Gränzfläche beider Flüssigkeiten, je nachdem das Capillarrohr vor dem Untertauchen mit Olivenöl oder Wasser gefüllt war, je nachdem also die feste Röhrenwand mit Olivenöl oder Wasser benetzt war. Es scheint mir dieß Verhalten sehr bemerkenswerth, da es zeigt, wie eine von einem festen Körper adsorbirte Flüssigkeitsschicht sich nur schwer von demselben vertreiben läßt. Wasser, das mit der festen Wand erst in Berührung *kommt*, verhält sich anders als Wasser, das mit der festen Wand schon in Berührung *ist*; ebenso Olivenöl.

XVI.

Steighöhe in untergetauchten Capillarröhren

Wasser — Olivenöl

$$\sigma_1 = 1 \quad \sigma_2 = 0,9136 \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0,0432$$

No.	$2r$	h	hr	$\alpha_{12} \cos \omega_{12}$	ω_{12}
	mm	mm	mm	mgr	° ' "
1	2,612	-18	-23,51	-1,015	118° 58'
2	2,304	34,1	39,29	1,697	35° 57'

Die letzte Spalte der vorstehenden Zusammenstellung enthält die Werthe des Randwinkels ω_{12} unter der Annahme berechnet, daß $\alpha_{12} = 2^{\text{mgr}},096$ ist, wie es durch Tropfen-Beobachtungen gefunden wurde.

Bei den Olivenöl-Tropfen, die unter ein mit Wasser benetztes Planglas gebracht wurden, habe ich oben (§. 10) den Randwinkel $\omega_{12} = 17^\circ$ gefunden, einen Werth, der bei der Unsicherheit der benutzten Methode von dem hier für den analogen Fall gefundenen $35^\circ 57'$ nicht grade auffallend abweicht.

IV.

Steighöhen in Capillarröhren von mehreren Flüssigkeiten übereinander.

19. ✓

Eine vierte Methode Capillarerscheinungen an der gemeinschaftlichen Gränze zweier Flüssigkeiten zu beobachten besteht darin, daß man über eine Flüssigkeit u in einem Capillarrohr eine zweite Flüssigkeit o bringt, und die gemeinschaftliche Steighöhe beider Flüssigkeiten beobachtet.

Diese Methode ist, wie auch oben §. 2 erwähnt wurde, schon von Th. Young, Gay-Lussac und Bède benutzt worden.

Giebt man der oberen Flüssigkeitssäule im Capillarrohr die Länge h_o und nennt h_u die Erhebung des gemeinschaftlichen Meniskus über das horizontale ebene Niveau oder die freie Oberfläche der unteren Flüssigkeit u außerhalb des Capillarrohres, r_o den Radius der Capillarröhre an der Stelle des Meniskus der freien (von Luft begrenzten) Oberfläche der oberen Flüssigkeit o , denselben für den Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Flüssigkeiten innerhalb der Capillarröhre, und behält die früher gebrauchte Bezeichnungsweise bei, so wird das über das horizontale Niveau der Flüssigkeit u gehobene Flüssigkeitsgewicht von den beiden Menisken getragen. Es ist dann nach Gleichung 1 §. 1

$$-\frac{2\alpha_o \cos \omega_o}{r_o} - \frac{2\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}}{r_{ou}} + h_o \sigma_o + h_u \sigma_u = 0$$

$$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou} = \frac{1}{2} \frac{r_{ou}}{r_o} [r_o (h_o \sigma_o + h_u \sigma_u) - 2\alpha_o \cos \omega_o] \quad 16.$$

Für den speciellen Fall $r_o = r_{ou}$ wird diese Gleichung

$$\begin{aligned} \alpha_{ou} \cos \omega_{ou} &= \frac{r_o (h_o \sigma_o + h_u \sigma_u) - 2\alpha_o \cos \omega_o}{2} \\ &= \frac{\Sigma r h \sigma - 2\alpha_o \cos \omega_o}{2} \quad 17. \end{aligned}$$

Man ersieht daraus, daß die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche bestimmt ist, sobald $\Sigma r h \sigma$ sowie α_o , die Capillar-Constante der freien Oberfläche der oberen Flüssigkeit o und die beiden Randwinkel ω_o und ω_{ou}

bekannt sind. Der erste ist in vielen Fällen $= 0^\circ$ oder wenigstens bekannt anzunehmen, da die Gröfse $\alpha \cdot \cos \omega$ aus der Steighöhe der Flüssigkeit o in Capillarröhren bestimmt ist (vergl. §. 4): ω_{uv} ist aber nicht bekannt, und würde auch, wie wir später sehen werden, nur in wenigen Fällen $= 0^\circ$ oder 180° gesetzt werden können.

Im allgemeinen ist diese Methode daher zur Bestimmung der Capillar-Constanten gemeinschaftlicher Flüssigkeits-Oberflächen nicht zu empfehlen. Sie hat jedoch den Vorzug leichter Ausführbarkeit, erfordert geringe Flüssigkeitsmengen, und gestattet bald die Flüssigkeit 1 als obere und die Flüssigkeit 2 als untere Flüssigkeit zu nehmen, bald es umgekehrt zu machen, mag σ_1 gröfser oder kleiner als σ_2 seyn.

Ferner läfst sich mit Hülfe dieser Methode sofort übersehen, dafs die Capillar-Constante α_u der unteren Flüssigkeit, auf die es nach der Theorie von Poisson¹⁾ allein ankommen soll, gar keinen Einfluss hat, und dafs $\alpha_{uv} \cos \omega_{uv}$ und $\alpha \cdot \cos \omega$ das von der Capillarität getragene Flüssigkeitsgewicht allein bestimmen.

Es mag hier gleich bemerkt werden, dafs h_u sehr klein seyn kann, sobald es $> 2l$, als der doppelte Radius der Wirkungssphäre ist. Die Gleichung 17 gilt dann in aller Strenge, da die freie Oberfläche der Flüssigkeit o und die gemeinschaftliche Oberfläche der Flüssigkeiten o und u sich dann nahe an derselben Stelle der Capillarröhre befinden. Es wird dann $h_u = 0$

$$\alpha_{uv} \cos \omega_{uv} + \alpha \cos \omega = r \cdot h_u \frac{\sigma_u}{2} \quad . \quad . \quad 18.$$

Für den Fall $\omega_{uv} = \omega$ würde die Erscheinung, wie bei dem Ansteigen einer Flüssigkeit in einer Capillarröhre seyn, sobald man die Capillar-Constante α der einen Flüssigkeit durch

$$\alpha_{uv} + \alpha = \alpha$$

ersetzt. Eine sehr dünne Flüssigkeitsschicht 2 auf einem Meniskus kann also die Steighöhe einer Flüssigkeit 1 sehr modificiren und verkleinern, sobald

$$\alpha_{12} + \alpha_2 < \alpha_1.$$

1) Poisson, nouvelle théorie de l'action capillaire, p. 142. 1831.

Bringt man Oel auf Wasser, so ist nach der Tabelle X §. 10

$$\alpha_1 = 8^{\text{mgr}}, 253 \quad \alpha_{12} + \alpha_2 = 5^{\text{mgr}}, 856;$$

es muß also ein starkes Sinken der Flüssigkeit in der Capillarröhre beim Aufbringen des Oels stattfinden, wie in der Thal Thom. Young¹⁾ zuerst beobachtet hat.

20.

Ich stellte die Versuche in ähnlicher Weise wie die §. 4 und §. 16 beschriebenen an. Vor der Glasbläserlampe wurden aus einer möglichst gereinigten dickeren Glasröhre Glasfäden von passender Weite gezogen. In dem so hergestellten, beiderseitig offenen Capillarrohr liefs ich eine Flüssigkeitssäule der Flüssigkeit o aufsteigen, etwas höher als h_o werden sollte. Mit dem oberen zugeschmolzenen Ende wurde die Capillarröhre durch zwei Kautschuckringe geschoben und so auf einem reinen Spiegelglasstreifen von 10^{mm} Breite und 100^{mm} bis 200^{mm} Länge befestigt, der eine eingezätzte Millimetertheilung trug. Der die Capillarröhre bildende Glasfaden wurde an seinem unteren Ende mit dem Glasmesser eingeritzt und abgebrochen, so dafs die untere Oeffnung mit dem Nullpunkt der Millimetertheilung zusammenfiel und man schon an der uneingetauchten Röhre die Höhe h_o bestimmen konnte. Diese Vorsicht war in den Fällen nöthig, wo sich der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten o und u durch optische Methoden nicht mehr wahrnehmen liefs.

Wurde nun das untere Ende des Glasfadens mit der Millimetertheilung in die Flüssigkeit u getaucht, ohne dafs die Kautschuckringe mit der Flüssigkeit in Berührung kamen, und die obere zugeschmolzene Spitze der Capillarröhre abgebrochen, so stieg die Flüssigkeit o in der Röhre in die Höhe, die Flüssigkeit u folgte nach und man konnte h_o und h_u mit einem horizontalen Fernrohr an der vertikal gestellten Millimeterscale ablesen.

1) *Young works* I, p. 463. 1855. *Encycl. Britt. Cohesion Sect. II.* 1816.

Der Glasfaden wurde darauf an der Stelle des oberen Meniskus durchgeschnitten und der innere Durchmesser $2r$, der Schnittfläche in der §. 4 beschriebenen Weise mit Mikroskop und Ocular Mikrometer bestimmt. Auf die Bestimmung des Durchmessers $2r_m$ habe ich bei den vorliegenden Versuchen verzichtet, da andere Fehlerquellen, wie die verschiedene Weite der Capillarröhren, besonders die Veränderlichkeit des Randwinkels ω_m bei diesen Versuchen einen viel größeren Einfluss haben, und es mir hauptsächlich darauf ankam, die Abhängigkeit der gemeinschaftlichen mittleren Steighöhe von der Capillar-Constante α , der freien Oberfläche der oberen Flüssigkeit nachzuweisen.

Aus demselben Grunde ist auch an den beobachteten Größen h , und h_m , die sich immer auf die Kuppe der Menisken beziehen, die Correction $\frac{r}{3}$ oder eine ähnliche entsprechende Correction fortgelassen worden. Bei der Berechnung der Constanten $\alpha_m \cos \omega_m$ nach Gleichung 16 wurden für $\alpha \cos \omega$, die Größen der Capillar-Constante α , benutzt, wie ich sie Tab. II §. 4 aus Steighöhen in Capillarröhren gefunden hatte.

Die folgende Zusammenstellung giebt die Beobachtungen an Schwefelkohlenstoff und Wasser. In der ersten Versuchsreihe war das specifisch leichtere Wasser oben, der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche wandte seine convexe Seite nach oben; in der zweiten Versuchsreihe war der specifisch schwerere Schwefelkohlenstoff oben, der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche hatte seine concave Seite nach oben gekehrt. In der ersten Versuchsreihe stieg der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche an einer mit Wasser benetzten, in der zweiten Versuchsreihe an einer mit Schwefelkohlenstoff benetzten Röhrenwand in die Höhe.

XVII.

Steighöhen in Capillarröhren. 2 Flüssigkeiten übereinander.

Wasser oben — Schwefelkohlenstoff unten

$\sigma_o = 1$

$\sigma_{ou} = 1,2687$

$2\alpha_o = 14^{\text{mgr}},47$

$\alpha_{ou} = 4^{\text{mgr}},256$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mm	mgr	°
1	0,316	0,6	62,4	12,62	-0,92	77 21'
2	0,306	1,4	43,4	8,62	-2,92	46 35
3	0,268	7,2	35,2	6,95	-3,76	27 56
4	0,259	22,8	31,8	8,17	-3,15	42 15
5	0,276	34,9	21,1	8,50	-2,99	45 28
6	0,093	112,3	35,2	7,27	-3,60	32 14

Schwefelkohlenstoff oben — Wasser unten

$\sigma_o = 1,2687$

$\sigma_u = 1$

$2\alpha_o = 6^{\text{mgr}},65$

$\alpha_{ou} = 4^{\text{mgr}},256$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mgr	mgr	°
1	0,325	1,8	86,2	14,37	3,84	25 33'
2	0,435	2,0	55,5	12,63	2,97	45 44
3	0,325	21,0	64,9	14,87	4,09	16 4
4	0,247	63,8	4,4	15,42	4,36	0

Die mit $\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$ überschriebene Spalte zeigt, daß nur bei den Versuchen 3 und 4 der zweiten Versuchsreihe der Randwinkel ω_{ou} sehr klein oder 0° gewesen ist, wenn man für α_{ou} den durch Tropfen-Beobachtungen (Tab. X §. 10) gefundenen Werth $4^{\text{mgr}},256$ zu Grunde legt. Da die Flüssigkeiten sich im Laufe der Zeit mischen, und der Randwinkel ω_{ou} sich mit der Zeit ändert, wie schon aus Beobachtungen an flachen Tropfen hervorging, so kann der verschiedene Werth des Randwinkels ω_{ou} bei den verschiedenen Versuchen grade nicht auffallen, zumal hier ebenso, wie bei den Versuchen des Abschnitts III (§. 16 bis 18), die Reibung der Flüssigkeit und des capillaren Meniskus in der Capillarröhre die Höhe h_u bis zu der die untere Flüssigkeit sich über das allgemeine Niveau erhebt, wesentlich beeinflussen und zu klein ausfallen lassen können.

Die Form des Meniskus und des Randwinkels ω_{ou} der Poggendorff's Annal. Bd. CXXXIX.

gemeinschaftlichen capillaren Oberfläche schien mir auch von der Geschwindigkeit abzuhängen, mit welcher die Flüssigkeiten in der Capillarröhre aufsteigen. Diese Geschwindigkeit ist aber auch von der Länge und Weite des untergetauchten und des mit Luft gefüllten Theiles der Capillarröhre abhängig.

Ein Verschieben der Capillarröhre in den Kautschuckringen brachte die Menisken an andere Stellen der Röhrenwandung, hatte aber auf die Gröfse von h_u keinen merklichen Einfluss.

21.

Eine Reihe ähnlicher Versuche wurde an *Wasser* und *Olivöl*, *Terpenthinöl* oder *Steinöl* angestellt, welche Flüssigkeiten alle kleinere Capillar-Constanten und kleineres specifisches Gewicht als Wasser haben.

Der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche kehrte die concave Seite nach oben, wenn das leichtere Oel, die convexe Seite nach oben, wenn das schwerere Wasser die obere Flüssigkeit bildete.

Ueber den einzelnen Versuchsreihen ist der Werth α_{ov} , den Beobachtungen an flachen Tropfen (Tab. X §. 10) für die gemeinschaftliche Oberfläche der Flüssigkeiten o und u ergeben hatten, und mit welchem der in der letzten Spalte aufgeführte Randwinkel $\theta_{ou} = 180^\circ - \omega_{ou}$ aus den Zahlen der vorletzten Spalte abgeleitet wurde, angegeben.

XVIII.

Steighöhen in Capillarröhren. 2 Flüssigkeiten übereinander

Steinöl oben — Wasser unten

$$\sigma_o = 0,7977$$

$$\sigma_u = 1$$

$$2\alpha_o = 5^{\text{mgr}}, 132$$

$$\alpha_{ou} = 3^{\text{mgr}}, 834$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	ω_{ou}
	mm	mm	mm	mgr	mgr	° ' "
1	0,245	6,9	69,2	9,158	2,013	58 31
2	0,208	14,5	45,2	5,914	0,391	84 9
3	0,227	15,5	39,5	5,887	0,377	84 21

Wasser oben — Steinöl unten.

$$\sigma_o = 1 \quad \sigma_u = 0,7977$$

$$2\alpha_o = 14^{\text{mgr}},47 \quad \alpha_{ou} = 3^{\text{mgr}},834$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mgr	mgr	$^{\circ} \quad '$
1	0,524	16,3	46,8	14,06	-0,205	86 56
2	0,230	34,5	76,3	10,98	-1,745	62 56
3	0,174	71,7	78,3	11,66	-1,405	68 31

Terpenthinöl oben — Wasser unten.

$$\sigma_o = 0,8867 \quad \sigma_u = 1$$

$$2\alpha_o = 5^{\text{mgr}},530 \quad \alpha_{ou} = 1^{\text{mgr}},177$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	ω_{ou}
	mgr	mm	mm	mgr	mgr	$^{\circ} \quad '$
1	0,400	0,5	33,9	6,835	0,661	55 47
2	0,495	3,8	25,9	7,249	0,860	46 55
3	0,335	5,3	36,9	6,968	0,719	52 21

Wasser oben — Terpenthinöl unten.

$$\sigma_o = 1 \quad \sigma_u = 0,8867$$

$$2\alpha_o = 14^{\text{mgr}},47 \quad \alpha_{ou} = 1^{\text{mgr}},177$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mgr	mgr	$^{\circ}$
1	0,669	0	18,6	5,52	-4,475	
2	0,529	1,1	38,6	9,06	-2,705	
3	0,529	2,3	35,6	8,96	-2,755	
4	0,586	5,2	36,9	11,11	-1,68	0
5	0,339	10,7	66,8	11,84	-1,31	0
6	0,677	11,8	27,1	12,13	-1,17	0
7	0,744	15,7	18,9	12,07	-1,20	0
8	0,357	17,4	62,5	12,98	-0,74	51 3'

Olivenöl oben — Wasser unten.

$$\sigma_o = 0,9136 \quad \sigma_u = 1$$

$$2\alpha_o = 6^{\text{mgr}},542 \quad \alpha_{ou} = 2^{\text{mgr}},096$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mgr	mgr	$^{\circ} \quad '$
1	0,416	7,8	22,8	6,22	-0,15	85 38
2	0,451	8,1	18,8	5,21	-0,32	81 20

Wasser oben — Olivenöl unten.

$$\sigma^o = 1 \quad \sigma_u = 0,9136$$

$$2\alpha_o = 14^{\text{mgr}},47 \quad \alpha_{ou} = 2^{\text{mgr}},096$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma rh\sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$	θ_{ou}
	mm	mm	mm	mgr		'
1	0,444	9,4	56	13,44	-0,51	75 46
2	0,301	23,4	74,6	13,79	-0,34	80 40
3	0,268	28,4	86,3	14,38	-0,05	77 36

Alkohol oben — Olivenöl unten

$$\sigma_o = 0,7906 \quad \sigma_u = 0,9136$$

$$2\alpha_o = 4^{\text{mgr}},476 \quad \alpha_{ou} = 0^{\text{mgr}},226$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma rh\sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$
	mm	mm	mm	mgr	mgr
1	0,363	10	18,1	4,436	-0,020
2	0 330	15	16,2	4,395	-0,040

Olivenöl oben — Alkohol unten

$$\sigma_o = 0,9136 \quad \sigma_u = 0,7906$$

$$2\alpha_o = 6^{\text{mgr}},341 \quad \alpha_{ou} = 0^{\text{mgr}},226$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma rh\sigma$	$\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$
	mm	mm	mm	mgr	mgr
1	0,582	10	13,5	5,77	0,28
2	0,346	15	27,9	6,19	-0,07

Die Beobachtungen zeigen wieder, daß der Randwinkel ω_{ou} bei den verschiedenen Versuchen nicht constant gewesen ist, mit Ausnahme der Versuchsreihe: Wasser oben — Terpenthinöl unten, wo für No. 4 bis 7 ein Werth α_{ou} gefunden wird, der mit der früheren Bestimmung aus Tropfen-Beobachtungen (Tab. X §. 10) nahe übereinstimmt, wenn man den Randwinkel $\omega_{ou} = 180^\circ$ setzt. Für die Messungen No. 1 bis 3 derselben Reihe erklärt sich der zu kleine Werth von $\Sigma rh\sigma$ oder $\alpha_{ou} \cos \omega_{ou}$ aus der sehr dünnen Wasserschicht, die das Terpenthinöl bedeckt. Das am capillaren Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche vom Wasser aufgelöste Terpenthinöl stieg als specifisch leichter in der Wassersäule in die Höhe, verbreitete sich hier (vgl. §. 26) und verunreinigte den oberen Meniskus der freien Wasseroberfläche, der dann nicht mehr die Constante für

Wasser
penthin
Wasser
fortget

Bei
war di
conca
den b
also, c
mufs v
renwar
Gleich

Das
aufgefi
wo we
noch a

Ich
in jede
denen
meine
Gewich
der Co

St

No.

1
2
3

Wasser, sondern eines Gemisches von Wasser und Terpenthinöl besaß. Für die Beobachtung No. 1 war das Wasser über der Terpenthinölsäule mit etwas Fließpapier fortgetupft worden.

Bei der Versuchsreihe Olivenöl oben — Wasser unten war die gemeinschaftliche Oberfläche entschieden nach oben concav, während im Widerspruch hiermit $\omega_{zw} >$ als 90° aus den beobachteten Steighöhen folgen würde. Der Grund also, daß ein zu kleiner Werth von h_u beobachtet wurde, muß wohl in der Reibung der Flüssigkeiten gegen die Röhrenwandung gesucht werden, die das Zustandekommen der Gleichgewichtslage sehr beträchtlich verzögerte.

Dasselbe würde von den am Schluß der Tabelle XVIII aufgeführten Versuchen mit Alkohol und Olivenöl gelten, wo wegen der Kleinheit von α_{zw} die Schwankungen vielleicht noch auffallender sind.

22.

Ich habe ferner noch einige Versuchsreihen bei einigen in jedem Verhältniß mischbaren Flüssigkeiten angestellt, bei denen also $\alpha_{zw} = 0$ zu setzen ist, und das über das allgemeine Niveau der unteren Flüssigkeit gehobene Flüssigkeitsgewicht nur von dem Meniskus der freien Oberfläche oder der Constante α_o abhängt.

XIX.

Steighöhen in Capillarröhren. 2 Flüssigkeiten übereinander.

Terpenthinöl oben — Olivenöl unten

$$\sigma_o = 0,8867$$

$$\sigma_u = 0,9136$$

$$2\alpha_o = 5^{\text{mgr}}530$$

$$\alpha_{zw} = 0$$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$
	mm	mm	mm	mgr
1	0,549	10	12,6	5,602
2	0,585	15	6	5,495
3	0,222	20	34	5,405
Mittel				5,501

Olivenöl oben — Terpenthinöl unten

$\sigma_o = 0,9136$

$\sigma_u = 0,8867$

$2\alpha_o = 6, \text{mgr}, 542$

$\alpha_{ou} = 0$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$
	mm	mm	mm	mgr
1	0,610	10	10	5,489
2	0,316	15	24,3	5,574
3	0,171	20	50,8	5,420
Mittel				5,494

Alkohol oben — Wasser unten

$\sigma_o = 0,7906$

$\sigma_u = 1$

$2\alpha_o = 4 \text{mgr}, 476$

$\alpha_{ou} = 0$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$
	mm	mm	mm	mgr
1	0,509	10	11,4	4,915*
2	0,396	5	49,5	10,59*
3	0,301	20	13,6	4,421
4	0,200	20	29,1	4,489
Mittel				4,455

Wasser oben — Alkohol unten

$\sigma_o = 1$

$\sigma_u = 0,7906$

$2\alpha_o = 14 \text{mgr}, 47$

$\alpha_{ou} = 0$

No.	$2r_o$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$
	mm	mm	mm	mgr
1	0,719	20	32,7	7,656
2	0,680	15	2,3	5,719
3	0,585	15	3,6	5,218
4	0,331	10	81,4	12,31
5	0,179	15	150	11,94
6	0,158	20	198	13,96

In der That zeigen die im Vorhergehenden zusammengestellten Versuche für $\Sigma r h \sigma$ mit wenigen Ausnahmen, auf welche ich weiter unten zurückkommen werde, einen Werth, der mit dem aus Steighöhen in Capillarröhren (§. 4) abgeleiteten Werth der Constante $2\alpha_o$ sehr nahe übereinstimmt, wie dieß aus Gleichung 16 folgt, sobald man darin $\alpha_{ou} = 0$ setzt.

Bei der Versuchsreihe »Olivenöl oben — Terpenthinöl unten« beobachtete ich nach dem Abrechnen der oberen zu-

geschmolzenen Spitze des Capillarrohres eine Zeit lang gar keine Bewegung; dann trat plötzlich eine Bewegung ein, und zwar bewegte sich die Flüssigkeit etwa so schnell, als ob Terpenthinöl allein in dem Capillarrohr aufgestiegen wäre. Das Terpenthinöl verdrängte nämlich das Olivenöl von der Glaswand, und sobald es den Meniskus des Olivenöls bedeckt hatte, nahm es die Olivenölsäule mit empor. Es wird diese Anschauung dadurch bestätigt, daß $\Sigma rh\sigma$ in diesem Falle bedeutend kleiner als 2α , für Olivenöl gefunden wird, dagegen mit 2α , für Terpenthinöl so nahe übereinstimmt, wie man es bei diesen Versuchen überhaupt erwarten kann.

Für »Wasser oben — Alkohol unten« ist das Mittel nur aus den letzten beiden Versuchen genommen, da für No. 1 und 2 bei der geringen Höhe h , das längs der Röhrenwand diffundirende Wasser den Wassergehalt des Alkohols und somit auch 2α , vergrößert hatte.

Für »Wasser oben — Alkohol unten« ist bei allen Versuchen der obere Wassermeniskus durch schnelle Diffusion oder Auflösung des specifisch leichteren Alkohols und Aufsteigen in der specifisch schwereren Wassersäule verunreinigt worden, und hat naturgemäß dann eine kleinere Capillar-Constante besessen, als $2\alpha = 14^{\text{mgr}}47$ für Wasser. Je nach der verschiedenen Geschwindigkeit, mit welcher diese Verunreinigung vor sich gegangen, sind auch die Zahlen der Spalte $\Sigma rh\sigma$ verschieden groß ausgefallen; am größten in den letzten Versuchen der ganzen Reihe, wo eine kleine Luftblase zwischen der Wasser- und Alkoholsäule die Diffusions- oder Verbreitungsgeschwindigkeit des Alkohols im Wasser verzögert hatte.

23.

Aehnliche Resultate wie die hier beschriebenen Versuche, haben die in ähnlicher Weise angestellten Versuche von Bède¹⁾ ergeben, die ich mit den in diesem Aufsatz gebrauchten Bezeichnungen hier folgen lasse. Ueber jeder Versuchsreihe stehen die von Bède bestimmten Capillar-

1) *Mém. cour. Brux.* XXX, p. 187. 1860.

Constanten der freien Oberfläche der von ihm benutzten Flüssigkeiten.

XX.

Steighöhen in Capillarröhren. 2 Flüssigkeiten übereinander.

Steinöl oben — Wasser unten

$$\sigma_s = 0,791$$

$$\sigma_w = 1$$

$$2\alpha_s = 5^{\text{mgr}},220$$

$$2\alpha_w = 15^{\text{mgr}},068$$

No.	r	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{os} \cos \theta_{os}$
	mm	mgr	mgr
1	0,955	6,397	0,588
2	0,613	6,681	0,730
3	0,343	6,810	0,795
4	0,204	6,976	0,878
5	0,160	6,831	0,805

Mittel 0,7595

Steinöl oben — Schwefelsäure unten

$$\sigma_s = 0,791$$

$$\sigma_w = 1,831$$

$$2\alpha_s = 5^{\text{mgr}},220$$

$$2\alpha_w = 11^{\text{mgr}},542$$

No.	r	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{os} \cos \theta_{os}$
	mm	mgr	mgr
1	0,955	2,483	-1,368
2	0,613	2,820	-1,200
3	0,343	2,641	-1,289
4	0,204	3,080	-1,070
5	0,160	2,800	-1,210
6	0,094	3,149	-1,035

Mittel -1,195

Wasser oben — Chloroform unten

$$\sigma_s = 1$$

$$\sigma_w = 1,497$$

$$2\alpha_s = 15^{\text{mgr}},068$$

$$(2\alpha_w = 5^{\text{mgr}},724)$$

No.	r	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{os} \cos \theta_{os}$
	mm	mgr	mgr
1	0,343	10,15	-2,459
2	0,094	5,57	-4,746

Mittel -3,652

Analog den Resultaten meiner Versuche (§. 21) wandte auch bei den von Bède angestellten der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche von Steinöl und Wasser seine

concave Seite, der Meniskus der gemeinschaftlichen Oberfläche von Steinöl und Schwefelsäure oder Wasser und Chloroform seine convexe Seite der oben befindlichen specifisch leichteren Flüssigkeit zu.

Bei der Unkenntniß des Randwinkels ω_{∞} läßt sich aus diesen Versuchen der Werth der Capillar-Constante α_{∞} nicht ableiten, da er (Chloroform-Wasser vielleicht ausgenommen) zwischen 0° und 180° gelegen haben muß.

Gay-Lussac ¹⁾ beobachtete die Depression von Quecksilber in einer mit Wasser oder wässrigem Alkohol benetzten Röhre, und fand folgende Resultate, die mit den nach Gleichung 17 §. 19 berechneten Werthen von $\alpha_{\infty} \cos \omega_{\infty}$ im Folgenden zusammengestellt sind. Die darin angegebenen Werthe von α_{∞} sind nach den Messungen von Gay-Lussac ²⁾ berechnet.

XXI.

Steighöhen in Capillarröhren. 2 Flüssigkeiten übereinander.

Wasser — Quecksilber

$$\begin{aligned} \sigma_{\infty} &= 1 & \sigma_{\infty} &= 13,6 \\ 2\alpha_{\infty} &= 15^{\text{mgr}}, 13 & (\alpha_{\infty} &= 42^{\text{mgr}}, 58) \end{aligned}$$

$2r$	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{\infty} \cos \omega_{\infty}$	θ_{∞}
mm 0,6472	mm 7,730	mm -7,415	mgr -60,23	mgr -37,68	$27^\circ 15'$

Alkohol — Quecksilber

$$\begin{aligned} \sigma_{\infty} &= 0,8197 & \sigma_{\infty} &= 13,6 \\ 2\alpha_{\infty} &= 4^{\text{mgr}}, 984 & (\alpha_{\infty} &= 40^{\text{mgr}}, 71) \end{aligned}$$

No.	h_o	h_u	$\Sigma r h \sigma$	$\alpha_{\infty} \cos \omega_{\infty}$	θ_{∞}
mm 0,6472	mm 7,473	mm -8,026	mgr -66,65	mgr -35,81	$28^\circ 36'$

Man sieht, daß diese Zahlen mit den aus Beobachtungen an flachen Quecksilbertropfen abgeleiteten Bestimmungen (Tab. X §. 10) gut übereinstimmen. Der Randwinkel ω_{∞}

1) Laplace, *méc. cél. t. IV*, p. 496 Poisson, *nouv. théor.* p. 147.

2) Poisson, *nouv. théor.* p. 113. Laplace, *méc. cél. t. IV*, p. 524.

ist aber auch für Quecksilber Alkohol bei den Gay-Lussac'schen Versuchen nicht $= 180^\circ$ zu setzen.

Berlin im August 1869.

V.

Ueber die Ausbreitung der Flüssigkeiten auf anderen Flüssigkeiten.

24.

Schneiden sich die drei gemeinschaftlichen Oberflächen dreier Flüssigkeiten in einer (krummen) Linie, so wirken auf ein Massentheilchen P der Schnittlinie drei Kräfte, welche in der Normalebene des betreffenden Curvenelementes P der Schnittlinie liegen. Diese Kräfte sind gleich den Capillar-Constanten oder Oberflächenspannungen der drei capillaren Oberflächen, und im Gleichgewicht, sobald die Gleichung erfüllt ist

$$\frac{\alpha_{12}}{\sin \theta_3} = \frac{\alpha_{31}}{\sin \theta_2} = \frac{\alpha_{23}}{\sin \theta_1} \dots 1.$$

In dieser Gleichung bezeichnen $\theta_3 \theta_2 \theta_1$ die Winkel, welche die im Punkte P sich schneidenden Meridianelemente der krummen capillaren Oberfläche, deren Richtung mit der Richtung der Kräfte $\alpha_{12} \alpha_{23}$ und α_{31} zusammenfällt, mit einander einschließen. α_{12} ist die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 etc.

Ein linsenförmiger Wassertropfen auf einer Quecksilberfläche, über der sich Luft oder Oel befindet, würde den angegebenen Voraussetzungen entsprechen. Das Quecksilber mag die Flüssigkeit 1, das Wasser die Flüssigkeit 2, Luft oder Oel die Flüssigkeit 3 repräsentiren. $\theta_3 \theta_2 \theta_1$ sind die Winkel, welche die im Punkte P zusammenstossenden keilförmigen Stücke der drei Flüssigkeiten in der Schneide des Keiles besitzen, wie aus Fig. 1 Taf. I zu ersehen ist.

Die Winkel $\theta_3 \theta_2 \theta_1$ kann man in der Gleichung 1 durch ihre Supplementwinkel $\omega_3 \omega_2 \omega_1$ ersetzen; diese sind dann die Winkel eines Dreiecks, dessen drei Seiten beziehlich $= \alpha_{12} \alpha_{31}$ und α_{23} gemacht sind, oder dessen Seiten parallel den drei Meridianelementen der Fig. 1 Taf. I liegen, wie die Fig. 2 Taf. I zeigt.

Construirt man also ein Dreieck, dessen drei Seiten proportional den Capillar-Constanten (Oberflächen-Spannungen) der gemeinschaftlichen Oberflächen dreier in einem Punkte zusammentreffender Flüssigkeiten sind, so geben die Außenwinkel dieses Dreiecks die Randwinkel der drei betreffenden Flüssigkeiten für diesen Punkt ¹⁾.

Daraus folgt unmittelbar, daß die Randwinkel längs der krummen Schnittlinie der drei Flüssigkeiten innerhalb jeder einzelnen Flüssigkeit constant seyn müssen, da die Größen α nur von der Natur der sich berührenden Flüssigkeiten abhängen und innerhalb derselben Flüssigkeits-Oberfläche constant sind.

Die Schnittcurve der drei Oberflächen muß ein Kreis seyn. In der That zeigt der Versuch sofort die Richtigkeit dieser letzten beiden Schlüsse, sobald man Wasser auf eine gewöhnliche horizontale Quecksilberfläche bringt, wo das Wasser einen linsenförmigen Tropfen oder eine dünne Schicht mit kreisförmiger Oeffnung auf dem Quecksilber bildet. (Vergl. unten §. 27.)

Sind von den Capillar-Constanten $\alpha_{12} \alpha_{31} \alpha_{23}$ und den Randwinkeln $\theta_3 \theta_2 \theta_1$ drei Größen unbekannt, so lassen sich die übrigen drei aus denselben berechnen, und zwar mit denselben Methoden, mit denen man die Seiten und Winkel eines Dreiecks aus drei gegebenen Stücken berechnet.

Für den Fall, daß man nur zwei Flüssigkeiten zusammenbringt, z. B. Wasser auf Quecksilber in Luft legt, würde $\alpha_{31} = \alpha_1$, $\alpha_{23} = \alpha_2$ werden, oder α_{31}^{∞} und α_{23} die Capillar-Constanten der freien Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 bedeuten.

25.

Mit den im ersten Abschnitt dieses Aufsatzes durch den Versuch bestimmten Größen der Capillar-Constanten werden sich also die Randwinkel berechnen lassen aus der Gleichung

1) Dieser Satz ist meines Wissens zuerst von Neumann ausgesprochen worden.

$$\alpha_{12}^2 = \alpha_{31}^2 + \alpha_{23}^2 - 2\alpha_{31}\alpha_{23}\cos\omega_3$$

$$-\cos\theta_3 = \cos\omega_3 = \frac{\alpha_{31}^2 + \alpha_{23}^2 - \alpha_{12}^2}{2\alpha_{31}\alpha_{23}} \quad . \quad . \quad 2.$$

Für ω_2 und ω_1 lassen sich natürlich analoge Gleichungen aufstellen.

Der Winkel θ_3 wird unmöglich, d. h. eine Ausbreitung der Flüssigkeit 2 über die gemeinschaftliche Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 3 findet statt, sobald $\cos\omega_3 \geq 1$

$$\alpha_{31}^2 + \alpha_{23}^2 - \alpha_{12}^2 \geq 2\alpha_{31}\alpha_{23}$$

$$(\alpha_{31} - \alpha_{23})^2 \geq \alpha_{12}^2$$

$$\pm(\alpha_{31} - \alpha_{23}) \geq \alpha_{12} \quad . \quad . \quad . \quad 3.$$

Eine Flüssigkeit 2 auf die freie, d. h. von Luft begränzte, Oberfläche einer Flüssigkeit 1 gebracht, breitet sich aus, sobald

$$\alpha_{12} \leq (\alpha_1 - \alpha_2) \quad . \quad . \quad . \quad 4.$$

d. h. sobald die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 gleich oder kleiner als die Differenz der Capillar-Constanten der freien Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und 2 oder als der von Poisson theoretisch gefundene Werth der Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten ist.

Uebrigens ergibt sich dieser Satz, sobald es nicht darauf ankommt den Randwinkel ω_3 zu bestimmen, einfach durch die Bemerkung, dass die Differenz zweier Dreieckseiten stets kleiner als die dritte Seite seyn mufs.

Als Flüssigkeit 1 ist stets die Flüssigkeit mit gröfserer Capillar-Constante zu wählen, da die Theilchen zusammenbleiben werden, deren gegenseitige Anziehung die gröfsere ist, oder die Theilchen derjenigen Flüssigkeit, die die gröfsere (von der gegenseitigen Anziehung abhängige) Capillar-Constante besitzen.

Das Vorzeichen der Gleichung 3 ist stets so zu wählen, dass die linke Seite eine positive Gröfse wird, da eine Capillar-Constante oder Oberflächen-Spannung einer Flüssigkeit eine wesentlich positive Gröfse ist.

Es mag hier gleichzeitig daran erinnert werden, dass die

ganze Theorie der Capillarität sich aus dem Princip herleiten läßt, daß die Flüssigkeits-Oberfläche ein Minimum wird. Es scheint, daß beim Zusammenbringen mehrerer Flüssigkeiten dieselben sich so anordnen, daß die Summe sämtlicher Oberflächen-Spannungen möglichst klein wird.

Verdrängt eine Flüssigkeit 2 die Flüssigkeit n von der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und n , so kann man wieder die Flüssigkeit 2 durch eine Flüssigkeit 3 von der gemeinschaftlichen Oberfläche der Flüssigkeiten 2 und n verdrängen etc. Die Bedingungen dafür sind nach Gleichung 3

$$\alpha_{1n} > \alpha_{12} + \alpha_{2n}$$

$$\alpha_{2n} > \alpha_{23} + \alpha_{3n}$$

$$\dots \dots \dots$$

oder diese Gleichungen addirt

$$\alpha_{1n} > \alpha_{12} + \alpha_{23} + \dots + \alpha_{n-1n} \dots \dots \dots 5.$$

Für ein Gas oder den luftverdünnten Raum als Flüssigkeit n würde in dieser Gleichung der untere Index n fortzulassen seyn, und α_1 und α_{n-1} die Capillar-Constante der freien Oberfläche der Flüssigkeiten 1 und $n - 1$ bedeuten.

Die verschiedenen gemeinschaftlichen Oberflächen folgen dann auf einander in derselben Reihenfolge, wie wenn sie nach der Größe ihrer Capillar Constante oder Oberflächen-Spannung geordnet wären. Die Dicke der einzelnen Flüssigkeitsschichten darf jedoch nicht 0 werden, und muß, falls die Größen α die gewöhnliche Bedeutung haben sollen $> 2l$ oder größer als der doppelte Radius der Wirkungssphäre seyn.

Ist die Dicke der Flüssigkeiten 2, 3 .. $n - 1$ sehr klein, wie z. B. bei den Versuchen des Abschnittes II, so ist die Summe der einzelnen Oberflächen-Spannungen gleich der Gesamt-Spannung der übereinander gelagerten Oberflächen und stets kleiner als die Spannung der ursprünglichen (freien oder mit der Flüssigkeit n gränzenden) Oberfläche der Flüssigkeit 1.

26.

Die beste Methode, die Verbreitung einer Flüssigkeit 2 auf der Oberfläche einer anderen Flüssigkeit 1 zu beob-

achten, besteht darin, daß man an Tropfen oder Blasen die mit der Ausbreitung verbundene Gestaltsveränderung beobachtet.

Nach dem im vorhergehenden Paragraphen Gesagten muß im Falle der Ausbreitung der flache Tropfen niedriger werden, oder genauer gesagt, die Größe $K - k$ muß abnehmen. Die ganze Tropfenhöhe K wird ebenfalls abnehmen, sobald der Randwinkel θ sich nicht merklich ändert.

Die im Abschnitt II (§. 11 bis 14) beschriebenen Versuche zeigen in der That diese Abnahme.

Aus der in §. 10 Tab. X gegebenen Uebersicht geht hervor, daß die Poisson'sche Relation für Quecksilber oder Wasser und eine Reihe von Flüssigkeiten nicht erfüllt ist. Es ist also mit der Theorie in Uebereinstimmung und hätte sich aus derselben vorhersagen lassen, daß Schwefelkohlenstoff, Olivenöl, Terpenthinöl und Steinöl sich auf flachen Luftblasen in Wasser ausbreiten, wie ich es in §. 12, oder daß sich Wasser, Olivenöl und Terpenthinöl auf flachen Quecksilbertropfen in Luft ausbreiten, wie ich es in §. 13 nachgewiesen habe.

Ebenso breitete sich absoluter Alkohol auf einer flachen Luftblase in Olivenöl aus (§. 12), da auch für Alkohol und Olivenöl die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche $0^{\text{mgr}},226 = \alpha_{12} < \alpha_1 - \alpha_2 = 3^{\text{mgr}},760 - 2^{\text{mgr}},599 = 1^{\text{mgr}},161$ ist.

Der kleinste Werth der Capillar-Constante α_{12} ist 0. In diesem Falle sind die beiden Flüssigkeiten in jedem Verhältniß mischbar und die Gleichung 3 ist stets erfüllt; die Flüssigkeit 2 mit kleinerer Capillar-Constante α_{23} breitet sich auf der Flüssigkeit 1 mit größerer Capillar-Constante α_{13} aus.

In der That ist §. 14 gezeigt worden, daß sich Terpenthinöl auf der Oberfläche von flachen Olivenöl-Tropfen in Wasser, oder flachen Schwefelkohlenstoff-Tropfen in Wasser ausbreitet.

Flache Wassertropfen in Olivenöl lassen sich erhalten, wenn man dieselben auf einer Quecksilberschicht ruhen läßt,

über welche das Olivenöl gegossen ist. $K - k$ ist an diesen Tropfen dasselbe, wie bei flachen Olivenölblasen in Wasser (§. 7); es wird kleiner, sobald man Alkohol an die Gränze von Oel und Wasser bringt, ein Beweis, daß sich der Alkohol auf dieser Gränzfläche ausbreitet, wie es aus den Zahlen der Tabelle X (§. 10) mit Hülfe der Theorie vorherzusagen war.

Ebenso breiteten sich, wie früher (§. 14) gezeigt wurde, Olivenöl, Terpenthinöl und Steinöl (Flüssigkeit 2) auf flachen Quecksilbertropfen (der Flüssigkeit 1) in Wasser (Flüssigkeit 3) aus, da α_{12} für diese Flüssigkeiten nach Tabelle X §. 10 beziehlich $34^{\text{mgr}}, 19$, $25^{\text{mgr}}, 54$ oder $28^{\text{mgr}}, 94$ kleiner als $\alpha_{13} - \alpha_{23}$, d. h. kleiner als $40^{\text{mgr}}, 48$, $41^{\text{mgr}}, 40$ oder $38^{\text{mgr}}, 75$ ist.

Auch bei geschmolzenen Körpern läßt sich diese Ausbreitung beobachten.

Für geschmolzene Metalle ist, wenn dieselben sich in jedem Verhältniß legiren, ebenfalls $\alpha_{12} = 0$.

Bringt man zu einem flachen auf Kohle geschmolzenen Tropfen von Gold oder Silber mit den Capillar-Constanten ¹⁾ $131^{\text{mgr}}, 5$ resp. $79^{\text{mgr}}, 75$ eine Spur Blei ²⁾, dessen Capillar-Constante $45^{\text{mgr}}, 66$ bei 330° und bei 1200° oder 1000° also noch beträchtlich kleiner ist, so sieht man augenblicklich die Tropfenhöhe und $K - k$ beträchtlich abnehmen, wie es die Theorie vorhersehen läßt. Das geschmolzene Blei mit kleinerer Capillar-Constante überzieht sofort den ganzen Tropfen, und die Oberflächenspannung wird bedeutend kleiner, wie vorher.

Die Größe $K - k$, welche bei reinem Gold und Silber 4^{mm} beträgt, nimmt dabei um 1^{mm} und mehr ab. Möglicher Weise findet auch eine oberflächliche Oxydation des Bleiüberzuges statt, obwohl die Tropfen-Oberfläche metallisches Aussehen behält.

Flache Kupfertropfen mit einer ganz dünnen Oxydschicht bekleidet sind viel niedriger als solche mit reiner Oberfläche,

1) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 148. 1869.

2) Pogg. Ann. Bd. 135, S. 642. 1869.

weil das die Oberfläche bedeckende Kupferoxyd eine viel kleinere Capillar-Constante wie Kupfer hat. Dabei ist α_{12} für die Gränze von Kupfer und Kupferoxyd = 0 angenommen, da nach Versuchen von Matthiessen ¹⁾ das Oxyd in dem Metalle sich aufzulösen scheint.

Die Schicht, welche schon diese Gestaltsveränderung der Tropfen hervorruft, ist so außerordentlich dünn, dafs sie sich anderen Beobachtungs-Methoden, Spectral-Analyse vielleicht ausgenommen, vollkommen entzieht ²⁾.

Wird die auf die Oberfläche einer Flüssigkeit aufgebraute Substanz sehr schnell von derselben aufgelöst, so kann begreiflicher Weise die Gestaltsveränderung der capillaren Oberfläche ausbleiben. Diefs ist z. B. der Fall, wenn man Terpenthinöl auf flache Schwefelkohlenstofftropfen in Wasser bringt (vergl. §. 14).

Kleine Mengen Zinn, Kupfer oder Silber auf flache Tropfen von geschmolzenem Gold, oder Zinn auf flache Tropfen von geschmolzenem Silber gebracht, änderten die Gestalt dieser Tropfen nicht merklich.

Die aufgebrauchten Metalle scheinen also schneller als das Blei von geschmolzenem Gold und Silber aufgelöst zu werden. Vielleicht habe ich auch eine vorhandene geringe Gestaltsveränderung der Tropfen übersehen, da ich diese Versuche aus Mangel an reiner Substanz an verhältnifsmäfsig kleinen Tropfen anstellen mußte.

27.

Aus der Gröfse der Capillar-Constanten der gemeinschaftlichen Oberfläche des Quecksilbers und der im ersten Abschnitt (Tab. X §. 10) aufgeführten Flüssigkeiten ergibt sich, dafs stets $\alpha_{12} < \alpha_1 - \alpha_2$ ist, dafs also nach Gleichung 3 §. 25 alle in jener Tabelle aufgeführten Flüssigkeiten, speciell also auch Wasser und eine wäfsrige Lösung von unterschwefligsaurem Natron sich auf einer freien Quecksilber-Oberfläche ausbreiten müßten.

1) Pogg. Ann. Bd. 110, S. 224. 1860.

2) Vergl. Pogg. Ann. Bd. 138. S. 147. 1869.

Damit steht nun scheinbar im Widerspruch die That-
sache, dafs man linsenförmige Wassertropfen auf eine Queck-
silberoberfläche legen kann, und dafs dieselben, wie Dra-
per ¹⁾ und Paalzow ²⁾ gezeigt haben, sich zusammenziehen
und kleineren Durchmesser annehmen, wenn man einen
elektrischen Strom in den Wassertropfen eintreten und
durch das Quecksilber austreten läfst. Der linsenförmige
Wassertropfen breitet sich dagegen aus, wenn der elektri-
sche Strom in umgekehrter Richtung fliefst. Schon sehr
schwache elektrische Ströme bringen, wie ich gefunden habe,
diese Wirkung hervor. Die Zusammenziehung des Tropfens
nimmt mit der Dauer und Stärke des elektrischen Stromes
zu. Man ersieht hieraus, dafs die Natur der Gränzfläche
von wesentlichem Einflufs auf die Gestalt des Wasser-
tropfens ist, dafs Spuren einer dritten Substanz auf die
Trennungsfläche von Quecksilber und Wasser gebracht,
wie die hier durch Elektrolyse abgeschiedenen kleinen Men-
gen Wasserstoff und Sauerstoff die Tropfengestalt beein-
flussen, selbst wenn sie ihrer geringen Menge wegen mit
anderen Beobachtungs-Methoden kaum wahrgenommen wer-
den können.

Paalzow hat ferner gezeigt, dafs durch Zusatz von
unterschwefligsaurem Natron zu dem Wasser ebenfalls eine
Zusammenziehung, durch Zusatz von Chromsäure eine Aus-
breitung des Wassertropfens hervorgerufen werden kann.
Er nimmt an, dafs selbst das best gereinigte Quecksilber an
seiner Oberfläche Sauerstoff und eine geringe Menge Oxyd
enthalte; durch den elektrolytisch abgeschiedenen Wasser-
stoff oder den Zusatz des unterschwefligsauren Natrons
werde diese Oxydschicht reducirt, das capillare Verhalten
des Quecksilbers zu Wasser alterirt, die Abstofsung zwischen
beiden Flüssigkeiten vermehrt, und so die Zusammenziehung
des Tropfens herbeigeführt.

Wäre diese Erklärung richtig, so müfste auch das in

1) *Phil. Mag. t. XXVI*, p. 187, 1845. In diesem Aufsatz ist jedoch
die Stromrichtung umgekehrt angegeben.

2) *Pogg. Ann. Bd. 104*, S. 420, 1858.

Poggendorff's Annal. Bd. CXXXIX.

§. 8 untersuchte Quecksilber mit einer Oxydschicht bekleidet gewesen seyn, es müßten sich die Zahlen der Tab. X §. 10 für Quecksilber — Wasser auf dieses mit einer Oxydschicht bekleidete, für Quecksilber — unterschwefligs. Natron auf Quecksilber mit reiner Oberfläche beziehen. Dadurch würde also immer noch nicht erklärt, warum Tropfen von Wasser und von unterschwefligsaurem Natron sich auf Quecksilber nicht ausbreiten.

Der Widerspruch löst sich aber sofort, wenn man reines Quecksilber anwendet, das gar keine Spuren einer fremden Flüssigkeit, besonders eines fetten oder ätherischen Oeles enthält. Man erhält dies in folgender Weise.

Das Quecksilber wird unter Umrühren längere Zeit mit concentrirter Schwefelsäure, der ein paar Tropfen Salpetersäure zugesetzt sind, digerirt, um es von beigemengtem Oxyd und fremden Metallen zu befreien. Darauf wird es von der Schwefelsäure und den beigemengten unlöslichen Salzen getrennt, indem man es wiederholt durch einen an der Außenseite mit Siegellack zusammengeklebten Trichter von reinem Schreibpapier mit nicht zu enger Oeffnung hindurchlaufen läßt. Das scheinbar reine Quecksilber wird dann längere Zeit mit destillirtem Wasser geschüttelt oder, und dieses Verfahren ist mehr zu empfehlen, man läßt es aus einem Papiertrichter mit sehr enger Oeffnung wiederholt in eine mit heißem destillirtem Wasser gefüllte Porcellanschale laufen. In dem Wasser lösen sich die dem Quecksilber beigemengten fremden Flüssigkeiten, Säuren, Oele usw. auf. Das Wasser wird von dem Quecksilber, wie vorher die Schwefelsäure, mittelst Papiertrichter getrennt, wobei man in die Trichter aus Schreibpapier noch einen Trichter mit größerer Oeffnung aus Fließpapier setzen kann. Um die letzten Spuren Wasser zu entfernen, läßt man schließlic das Quecksilber durch einen Schreibpapiertrichter mit enger Oeffnung in eine erwärmte Porcellanschale ¹⁾ und auf die-

1) Die Porcellanschale zeigt an der Stelle, wo sie vom auffallenden Quecksilberstrahl getroffen wurde, ein System schön gefärbter Newton'scher Farbenringe von unregelmäßiger elliptischer Gestalt. Die gefärbte La-

selbe Weise in eine trockne Glasflasche laufen, in welcher es, nachdem dieselbe verkorkt worden, erkaltet.

Bringt man das so gereinigte Quecksilber in ein durch Abwaschen mit Alkohol, Abtrocknen mit einem reinen Tuche und Erwärmen über einer Gasflamme gereinigtes Uhrglas, so breiten sich Wasser und eine wässrige Lösung von unterschwefligsaurem Natron darauf aus.

Läßt man das Quecksilber durch einen Schreibpapiertrichter mit enger Oeffnung in eine erwärmte reine Glasflasche laufen und in der wohlverkorkten Flasche erkalten, so breitet sich das Wasser auch auf der Oberfläche des kalten Quecksilbers aus.

Berührt man die Quecksilber-Oberfläche mit einem frisch gezogenen Glasfaden von 0^{mm},1 oder kleinerem Durchmesser, auf dessen Oberfläche eine Spur Olivenöl oder Terpenthinöl vertheilt ist, so zieht sich das Wasser zu einem linsenförmigen Tropfen auf demselben zusammen. Gleichzeitig ändert der Wassertropfen seine Lage auf der Quecksilberfläche und wird von der Stelle fortgetrieben, auf welche das Oel aufgebracht wurde.

Der Durchmesser des Wassertropfens wird um so kleiner, je mehr Oel man auf die Quecksilber-Oberfläche bringt. Die aufgebrachte Oelschicht breitet sich auf der freien Quecksilber-Oberfläche zu einem dünnen Häutchen von gleichmäßiger Dicke aus, vermindert, wie oben §. 13 auseinandergesetzt wurde, die Oberflächenspannung der Quecksilber-Oberfläche und die Gleichung 2 § 25 giebt einen realen Werth des Randwinkels ω_r . Der Wassertropfen hat um so kleineren Durchmesser, je dicker die Oelschicht auf der Quecksilberfläche ist. Breitet sich die Oelschicht auf der einen Seite des Wassertropfens aus, und vermindert

melle, deren Dicke nach Ausßen langsamer abnimmt, als nach Innen, zeigte nach dem Auslaufen von 10 bis 15 Pfund Quecksilber an der dicksten Stelle blau — violet erster Ordnung bis gelblich grün zweiter Ordnung im reflectirten Licht; sie war in Cl H schwer, in $\text{NO}_3 \text{H}_2$ leichter löslich, und bin ich geneigt, dieselbe für Quecksilberoxyd zu halten. Ob die durch Reibung von Quecksilber und Porcellan erregte Elektrizität zu ihrer Bildung beiträgt, müssen weitere Versuche lehren.

hier die Oberflächenspannung des Quecksilbers, so wird der ganze Wassertropfen nach der anderen Seite von der gröfseren Spannung der dort unveränderten Quecksilberfläche herübergezogen.

Bringt man unterschwefligsaures Natron zu dem linsenförmigen Wassertropfen, so zieht er sich noch mehr zusammen, da die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche von Quecksilber und unterschwefligsaurer Natronlösung gröfser als die Capillar-Constante der gemeinschaftlichen Oberfläche von Quecksilber und Wasser ist.

Wird der mit Oel bekleidete Glasfaden mit der freien Oberfläche eines linsenförmigen Wassertropfens auf Quecksilber in Berührung gebracht, so breitet sich das Oel auf der Wasserfläche aus, vermindert die Oberflächenspannung derselben, und der Tropfen vergrößert seinen Durchmesser. Bringt man gleichzeitig den mit Oel genetzten Glasfaden durch tieferes Eintauchen in das Wasser auch mit der gemeinschaftlichen Gränzfläche von Quecksilber und Wasser in Berührung, so breitet sich auch auf dieser das Oel aus, vermindert deren Oberflächenspannung (§. 14) und der Wassertropfen nimmt noch gröfseren Durchmesser an.

Ist die auf die freie oder an Quecksilber gränzende Wasserfläche gebrachte Oelmenge zu grofs, so gleitet der kleine Oeltropfen auf der mit Oel bekleideten Wasserfläche (vergleiche weiter unten § 29) nach der Peripherie des linsenförmigen Tropfens, breitet sich auf der freien Quecksilberfläche aus und man beobachtet jetzt natürlich bei verminderter Spannung der letzteren die oben beschriebene Erscheinung der Zusammenziehung des Wassertropfens.

Es ist wohl zu bemerken, dafs kleine auf die Oberfläche einer Flüssigkeit x gebrachte Oelmengen den scharfen Rand des linsenförmigen Wassertropfens nicht überschreiten. Der Rand wirkt ähnlich, wie die scharfen Schnittländer einer vertikalen Röhre, bei welcher die Gröfse der herabfallenden Tropfen von der Substanz der Röhre oder von dem Randwinkel der Flüssigkeit gegen die Röhrensubstanz unabhängig ist.

Beim Aufbringen größerer Oelmengen auf die freie Wasser, oder Quecksilberfläche fällt der scharfe Rand des linsenförmigen Tropfens fort, das Oel breitet sich über alle Oberflächen aus, indem sich auch eine Oelhaut zwischen die gemeinschaftliche Oberfläche von Wasser und Quecksilber drängt, und es entsteht ein linsenförmiger, oben stark, unten schwach gewölbter Wassertropfen. Diese Form läßt die Theorie aus den Zahlen der Tab. X § 10 vorhersehen, da die in der Linsenperipherie zusammenwirkenden Oberflächenspannungen sind:

$$\alpha_{16} = 34,19 + 3,76 = 37^{\text{mgr}},95$$

$$\alpha_{12} = 34,19 + 2,10 = 36^{\text{mgr}},29$$

$$\alpha_{23} = 2,10 + 3,76 = 5^{\text{mgr}},86.$$

Der obere Theil der Flüssigkeitslinse ist nahezu eine Halbkugel.

In freier Luft condensirt das Quecksilber so schnell die in derselben enthaltenen Dämpfe, daß nur unter besonders günstigen Umständen eine Ausbreitung des Wassers auf der freien Quecksilberoberfläche stattfindet. Meist bleibt das Wasser als linsenförmiger Tropfen liegen, dessen Durchmesser schnell abnimmt, da die Oberflächenspannung des Quecksilbers schneller als die des Wassers durch diese Dampf-Condensation geändert wird. Der Randwinkel des Wassers gegen Quecksilber ändert sich mit der Menge und der Natur der dünnen Flüssigkeitsschicht, die sich aus den condensirten Dämpfen gebildet und das Quecksilber überzogen hat. Diefs erklärt auch die verschiedene Gestalt der linsenförmigen Wassertropfen, die man im Allgemeinen auf dem Quecksilber beobachtet, falls nicht besondere Vorsichtsmaafsregeln getroffen sind.

Häufig zieht sich ein flacher linsenförmiger Wassertropfen auf einer (unreinen) Quecksilberfläche zusammen, wenn man darauf haucht. Läfst man die ausgeathmete Luft durch mit Wasser benetzte v. Babo'sche Perlröhren streichen, so wird diese Wirkung bedeutend geschwächt, rührt also von fremden der ausgeathmeten Luft in Dampfform beigemengten Substanzen her. Nach kurzer Zeit verflücht-

tigen sich dieselben und der Wassertropfen nimmt wieder seine ursprüngliche Gestalt an.

Ich glaube, daß Flüssigkeitsschichten, deren Dicke ein Milliontel eines Millimeters nicht übersteigt, auf diese Weise schon wahrgenommen werden können, und daß diese Methode unter günstigen Umständen die auf optischen Erscheinungen beruhenden an Empfindlichkeit noch übertrifft.

Tropfen einer wässrigen Lösung von unterschwefligsaurem Natron nahmen bei den von mir angestellten Versuchen auf kalten Quecksilber-Oberflächen stets linsenförmige Gestalt an. Es muß dahin gestellt bleiben, ob einer Verunreinigung des Quecksilbers oder kleinen Fehlern in den Zahlen der Tab. X §. 10 das Ausbleiben der Ausbreitung in diesem Falle zuzuschreiben ist. Bei der großen Schwierigkeit dieser Untersuchungen kann ich nicht behaupten, vollkommen reines Quecksilber benutzt zu haben, und liefse sich die erwähnte Frage nur mit einem Aufwande an Zeit und Mitteln entscheiden, die mir leider augenblicklich nicht zu Gebote stehen. Einen wesentlichen Einfluß auf die übrigen Versuche dieser Mittheilung oder die aus denselben abgeleiteten Schlüsse haben jedoch die Verunreinigungen des Quecksilbers, falls solche wirklich vorhanden waren, nicht gehabt.

Wird die gemeinschaftliche Gränze von Quecksilber und Wasser mit elektrolytisch abgeschiedenem gasförmigen Wasserstoff bekleidet, so wird sich die capillare Spannung dieser Gränzfläche der Summe der capillaren Spannungen einer freien Quecksilber- und einer freien Wasserfläche, d. h. der Gröfse $55^{\text{mgr}}.03 + 8^{\text{mgr}}.25 = 63^{\text{mgr}}.28$ nähern, und um so größer seyn als die capillare Spannung $42^{\text{mgr}}.58$ der gemeinschaftlichen Berührungsfläche von Wasser und Quecksilber, je mehr Wasserstoff an dieser Gränze abgeschieden wird. Die Contraction des Wassertropfens muß also mit der abgeschiedenen Menge Wasserstoff zunehmen, wie es auch der Versuch lehrt.

Die durch elektrolytisch abgeschiedenen Sauerstoff an der Quecksilber-Oberfläche gebildete Oxydschicht vermindert

die capillare Spannung der gemeinschaftlichen Oberfläche von Quecksilber — Wasser, und der Tropfen vergrößert seinen Durchmesser.

Durch eine dünne Flüssigkeitsschicht, welche die Oberfläche des Quecksilbers überzieht, wird die Beweglichkeit der Flüssigkeitstheilchen an der Oberfläche des Quecksilbers erheblich vermindert.

Auf einer (unreinen) Quecksilberfläche können gleichzeitig linsenförmige Tropfen von Wasser und unterschwefligsaurem Natron mit verschieden großem Randwinkel schwimmen.

Die dünne Flüssigkeitsschicht, mit der eine scheinbar reine Quecksilberfläche bekleidet ist, kann an verschiedenen Stellen verschiedene Dicke und verschiedene Beschaffenheit haben. Dann zeigen die linsenförmigen Wassertropfen an den verschiedenen Stellen der Quecksilber-Oberfläche verschiedenen Randwinkel.

Erzeugt man durch Behauchen der Quecksilberfläche viele solche linsenförmige Wassertropfchen gleicher Größe, so lassen sich die Stellen mit gleichem und verschiedenem Randwinkel leicht erkennen. Man sieht ein sogenanntes *Hauchbild*. Auf die in ähnlicher Weise entstehenden Hauchbilder auf festen Substanzen, wie Glas oder Metallplatten, zu denen auch die von Quecksilbertropfen auf belichteten Jodsilberplatten erzeugten Bilder (*Daguerre-Bilder*) zu rechnen sind, werde ich später bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

Steinöl, Alkohol, Aether rufen ähnliche Erscheinungen wie fette und ätherische Oele hervor. Statt die leicht verdampfbaren Flüssigkeiten direct auf die Quecksilber-Oberfläche zu bringen, genügt es häufig einen Tropfen der betreffenden Flüssigkeit in der Nähe der Quecksilber-Oberfläche verdampfen und die von ihm ausgesandten Dämpfe von derselben adsorbiren zu lassen, die sich dann auf der Quecksilberfläche als cohärente Flüssigkeitsschicht ausbreiten und Bewegungen oder Formveränderungen der linsenförmigen

gen Wassertropfen auf dem Quecksilber in der oben beschriebenen Weise hervorrufen.

Die Wirkung der dünnen auf die Oberfläche des Wassers und des Quecksilbers gebrachten Flüssigkeitsschichten erreicht ein Maximum, sobald die Dicke derselben eine Gröfse $2l$ überschreitet, d. h. die doppelte Entfernung, in welcher die Molecularkräfte der Capillarität noch wirksam sind. Durch Beobachtung der Maximal-Wirkung, die eine gemessene Flüssigkeits-Menge auf einer Quecksilberfläche von bekannter Gröfse hervorbringt, kann man also die Gröfse $2l$ bestimmen. Ich werde darauf bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

Bei den §. 8 beschriebenen Versuchen an Quecksilber-Tropfen in verschiedenen Flüssigkeiten hat eine geringe Verunreinigung des Quecksilbers einen weniger störenden Einfluss, weil die umgebende Flüssigkeit 2, z. B. das Wasser, in welchem der Quecksilber-Tropfen liegt, ein größeres Volumen einnimmt und durch Auflösung dieselbe entfernt. Die Bestimmung der Capillar-Constante α_{12} bezieht sich also auf die Berührungsfläche von wenigstens in grofser Annäherung reinem Wasser und Quecksilber.

Statt einen linsenförmigen Tropfen zu bilden, kann das Wasser auch in einer dünnen Schicht mit kreisförmiger Oeffnung das Quecksilber bedecken. Der Randwinkel des Wassers gegen die Quecksilberfläche ist in beiden Fällen derselbe.

28.

Bringt man einen Tropfen einer Flüssigkeit 1 auf eine Flüssigkeit 2, so dafs

$$\alpha_1 > \alpha_2 \quad \alpha_{12} < \alpha_1 - \alpha_2,$$

so wird die Flüssigkeit 2 über den ganzen Tropfen von Flüssigkeit 1 sich ausbreiten, und dieser linsenförmige Gestalt annehmen.

Wird also ein Wassertropfen auf Olivenöl gebracht, so wird auch die obere Fläche desselben mit einer dünnen Oelschicht bekleidet, so dafs ein kleiner Oeltropfen, wie

Lüdtge¹⁾ gezeigt hat, auf derselben wie auf einer freien Oeloberfläche sich ausbreitet. Der größte Durchmesser des Wassertropfens übertrifft bedeutend den Durchmesser der kreisförmigen Schnittlinie von oberer Linsenfläche und der an dieser Stelle kegelförmig vertieften freien Oeloberfläche. Der Tropfen hat etwa die Gestalt der Fig. 3 Taf. I. Es ist dies in vollkommener Uebereinstimmung mit der Theorie, da auf ein Element der kreisförmigen Schnittlinie die Spannungen wirken (nach Tab. X §. 10)

$$\alpha_2 = 3^{\text{mgr}},76 \quad \alpha_{12} = 2^{\text{mgr}},10$$

$$\alpha_3 = 3,76 + 2,10 = 5^{\text{mgr}},86,$$

wo α_3 die Oberflächenspannung der Oellamelle auf der oberen Linsenfläche bedeutet.

Der Durchmesser der kreisförmigen Schnittlinie nimmt zu oder ab, wenn man α_3 durch Aufbringen von etwas Terpenthinöl auf die obere Linsenfläche oder α_2 durch Aufbringen derselben Flüssigkeit auf die freie Oeloberfläche verkleinert. Die Zu- oder Abnahme ist aber lange nicht so auffallend wie bei den analogen Erscheinungen an linsenförmigen Wassertropfen auf Quecksilber.

29.

Wie auf freien Quecksilberflächen condensiren und verbreiten sich auch auf freien Oberflächen anderer Flüssigkeiten z. B. des Wassers die in der Atmosphäre enthaltenen Dämpfe fremder Flüssigkeiten. Werden diese Verunreinigungen nicht mit großer Leichtigkeit von der condensirenden Flüssigkeit 1 aufgelöst, so bilden sie einen dünnen Ueberzug, der auf die Ausbreitung anderer Flüssigkeiten 2 an der Oberfläche der Flüssigkeit 1 von Einfluss seyn kann.

Die Hauchbilder auf verschiedenen Flüssigkeits-Oberflächen erklären sich also auch durch den verschiedenen Randwinkel, den die condensirten Wassertropfchen mit der in verschiedener Weise verunreinigten Oberfläche der Flüssigkeit 1 einschließen.

Von den verschiedenen Fällen der Ausbreitung einer

1) Pogg. Ann. Bd. 137, S. 372.

Flüssigkeit 2 auf einer Flüssigkeit 1 ist besonders die Ausbreitung fester Oele auf Wasser vielfach untersucht worden, wie die unten ¹⁾ angegebene, lange nicht erschöpfende Zusammenstellung zeigt.

Bringt man eine kleine Menge eines fetten Oeles, etwa einen an einem Glasstabe hängenden Olivenöl-Tropfen auf die ebene freie Oberfläche von Wasser oder Quecksilber in einem größeren Gefäße, so breitet er sich auf dieser aus, wie auf einer krummen Oberfläche.

Ist die Menge des aufgebrachtten Oeles nicht zu gering, so daß sie nicht schnell von der darunterstehenden Flüssigkeit aufgelöst wird, so zieht sich die Oelhaut nach einiger Zeit zu linsenförmigen Tropfen zusammen. In ähnlicher Weise bleibt ein zweiter Oeltropfen auf einer Wasser- oder Quecksilberfläche liegen, auf der sich schon ein erster Oeltropfen ausgebreitet hat.

Hat eine Wasserfläche längere Zeit an freier Luft gestanden, so daß ihre freie Oberfläche durch eine aus der Atmosphäre condensirte Flüssigkeitsschicht genügend verunreinigt ist, so nimmt schon, wie G. Hagen zuerst bemerkt hat, der erste aufgebrauchte Oel-Tropfen linsenförmige Gestalt an.

Die Erklärung dieser Erscheinungen muß meiner Mei-

1) *Franklin, Phil. trans.* 1774, p. 445.

Mann, Mém. d. Brux. 1780, p. 255.

Martin Wall, Manch. Mém. 1785, t. II, p. 419.

Ben. Prévost, ann. d. chim. (1) t. XXI, p. 254; t. XXIV, p. 31, 1797. *Gilb. Ann. Bd. XXIV*, S. 158. 1806.

Draparnaud, ann. d. chim. (1), t. 47, p. 304. 1803. *Gilb. Ann. Bd. 24*, S. 143. 1806.

Carradori, Brugnatelli Giorn. 1797. *Gilb. Ann. Bd. 24*, S. 134, 1806.

Link, Gilb. Ann. Bd. 24, S. 121. 1806.

Th. Young lect. II. p. 659, 1807.

Fusinieri, Brugn. Giorn. 1821. *Frankenheim, Cohäsionslehre* S. 152.

Weber, VVellenlehre 1825, S. 78.

Frankenheim, Cohäsionslehre 1835, 134 bis 152.

G. Hagen, Abh. Berl. Akad. 1845, S. 32.

nung nach in einer Aenderung gesucht werden, die das Oel in Berührung mit Wasser oder Quecksilber durch Auflösung oder chemische Verbindung (vielleicht unter Mitwirkung der atmosphärischen Luft) erfährt. Das so in seinen Eigenschaften modificirte Oel besitzt eine grössere Capillar-Constante oder Oberflächen-Spannung, welche sich von der des ursprünglichen nicht modificirten Oeles um so mehr unterscheidet, je weiter die Veränderung vorgeschritten ist. Das wenig modificirte Oel (Flüssigkeit 2) verhält sich nun gegen das gar nicht oder mehr modificirte Oel wie gegen eine andere Flüssigkeit mit anderer Capillar Constante.

Der linsenförmige Oeltropfen wird von einem gar nicht oder wegen der langsamen Diffusion nur wenig modificirten Oele, der Flüssigkeit 2, gebildet, welche an der Gränze mit Luft und der stark modificirten, das Wasser oder Quecksilber bedeckenden, Oelschicht beziehlich eine Oberflächen-Spannung α_2 oder α_{21} hat, die beide kleiner als die Oberflächen-Spannung α_1 der mit der dünnen stark modificirten Oelschicht bedeckten freien Wasser- oder Quecksilber-Oberfläche sind. Je nach der Gröfse der Constanten α_1 , α_2 und α_{21} wird die Flüssigkeit 2 als linsenförmiger Tropfen mit verschiedenem Randwinkel auf der Oberfläche der Flüssigkeit 1 liegen bleiben oder sich ausbreiten, wie es auch der Versuch lehrt.

Fig. 4 Taf. I giebt den Querschnitt eines Oeltropfens auf einer ölhaltigen Wasserfläche. Die Gestalt desselben ändert sich mit der vom Wasser schon aufgelösten Oelmenge und der Beschaffenheit der das Wasser bedeckenden Oelhaut. Im Allgemeinen wird der Tropfen um so flacher, je länger er auf dem Wasser liegen bleibt.

Beim Behauchen der auf Wasser schwimmenden Oellinsen beobachtet man unter Umständen bei genügender Beweglichkeit der Flüssigkeitsoberflächen eine ähnliche Zusammenziehung der Oellinse und Aenderung des Randwinkels, wie ich es oben §. 27 beim Behauchen von Wasserlinsen auf Quecksilber beschrieben habe. Die Erscheinung erklärt sich wie dort durch Substanzen, die in Dampfform der aus-

geathmeten Luft beigemischt sind, und auf der Wasseroberfläche condensirt werden.

Wie bei Wasser und Quecksilber kommen auch bei Oel und Wasser dünne Oelschichten mit kreisförmigen Löchern vor, deren Randwinkel derselbe wie für eine Oellinse auf derselben Wasseroberfläche ist.

Durch Vorstehendes erklärt sich auch die interessante Erscheinung, welche man bei der Ausbreitung eines Oeltropfens auf einer größeren Wasseroberfläche, etwa auf einem Teiche, beobachtet. Unter Bildung der prachtvollsten Interferenzfarben breitet sich ein Theil des Oeles auf der Wasseroberfläche zu einer mehrere Quadratfuß großen Schicht aus. Der übrige Theil bleibt als linsenförmiger Tropfen in Mitten der farbigen Oelhaut liegen. Die letztere wird allmählig dünner, zieht sich dann an einigen Stellen zu unregelmäßig begrenzten Flecken zusammen und wird nach und nach vom Wasser absorbirt. Wird die dünne Oelhaut um den linsenförmigen Tropfen unendlich schmal, so breitet sich dieser plötzlich auf der freien Wasseroberfläche aus, ich möchte sagen, die Oellinse explodirt unter Bildung einer neuen Oelhaut von gleichförmiger Färbung oder Dicke und von 2 bis 3 Zoll Durchmesser; darauf wiederholt sich der oben beschriebene Vorgang von neuem.

Mit kleinen Oeltröpfchen gelingt dieser Versuch zuweilen auch in einem mit reinem Wasser gefüllten Teller.

30.

Außer den im vorigen Paragraphen besprochenen sind noch eine große Anzahl anderer Ausbreitungs-Versuche angestellt worden.

Gewöhnlich beobachtet man die Ausbreitung in der Art, daß Staubtheilchen auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit 1 mit dieser gleichsam fortgestoßen werden, oder daß die Flüssigkeit 2, zu einer dünnen Schicht ausgebreitet, Newton'sche Farbenringe zeigt. Durch die an den Staubtheilchen haftenden fremden Substanzen wird jedoch die Flüssigkeits-Oberfläche leicht verunreinigt und optische Me-

thode
keitsla
nahez

Die
Subst
Einw
flüssig
atmos
wesen
chen
angege
gehör
ten M
sache

Theo

E

suche

lenan

pillan

Flüss

wenn

ist, j

löst v

Z

Folge

ich d

einige

1) F

2) M

3) J

p.

4) F

thoden sind ungenügend, sobald die aufgebrauchte Flüssigkeitslamelle zu dünn wird, oder die beiden Flüssigkeiten nahezu denselben Brechungsexponenten haben.

Da ferner die mit einander in Berührung gebrachten Substanzen durch gegenseitige Auflösung oder chemische Einwirkung ihre Capillar-Constante ändern oder gar neue flüssige chemische Verbindungen sich bilden, wobei auch die atmosphärische Luft und die in derselben enthaltenen Dämpfe wesentlich berücksichtigt werden müssen, so kann in manchen Fällen ein Erfolg beobachtet seyn, der mit den in §. 2 angegebenen Gesetzen scheinbar in Widerspruch steht. Bei gehöriger Kritik der von verschiedenen Beobachtern benutzten Methoden und mit diesen Methoden gefundenen That-sachen wird man sie aber alle in Uebereinstimmung mit der Theorie finden.

Ein großer Theil der mir bekannten Ausbreitungsversuche läßt sich nach den in Tab. X §. 10 enthaltenen Zahlenangaben beurtheilen. Die Größe der unbekannten Capillarconstanten der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten läßt sich in vielen Fällen angenähert schätzen, wenn man bedenkt, daß im Allgemeinen α_{12} um so kleiner ist, je mehr die Flüssigkeit 1 von der Flüssigkeit 2 aufgelöst wird oder umgekehrt.

Zur leichteren Vergleichung der Theorie mit den im Folgenden angeführten Resultaten andrer Beobachter lasse ich die Capillar-Constanten α bei mittlerer Temperatur für einige Flüssigkeiten folgen.

	α	Beobachter
Aether	1 ^{mgr} ,515	Wilhelmy ¹⁾
wässriger Alkohol (spec. Gew. 0,842)	2 ^{mgr} ,589	Bède ²⁾
Seifenwasser ($\frac{1}{30}$ Seife)	3 ^{mgr} ,22	Plateau ³⁾
Glycerin	5 ^{mgr} ,143	Wilhelmy ⁴⁾

1) Pogg. Ann. Bd. 121, S. 52. 1864.

2) *Mém. cour. sav. étr. Brux.* t. XXX, p. 160. 1860.

3) Plateau, *recherches etc. 8^e sér. Mém. acad. Brux.* t. XXXVII, p. 91. 1868.

4) Pogg. Ann. Bd. 122, S. 13. 1864.

Die unter den Namen der einzelnen Beobachter aufgeführten Reihen sind so geordnet, daß immer die tiefer stehende Flüssigkeit sich auf der höher stehenden ausbreitet.

Draparnaud ¹⁾	Carradori ²⁾	Link ³⁾
Wasser	Wasser	Wasser
Weingeist	Weingeist	fette Oele
Wasser	Aether	Steinöl
äther. Oele	Wolfsmilchsaft	Terpenthinöl
Olivenöl		Weingeist
Weingeist		
P. du Bois-Reymond ⁴⁾		
Wasser	warmes Oel	
Terpenthinöl	kalttes Oel	
Wasser	Oel	Glycerin
Alkohol	Alkohol	Alkohol
Wasser	Oel	Glycerin
Aether	Aether	Aether.

31.

Der einfachste Fall der Ausbreitung einer Flüssigkeit 2 auf der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 1 ist der, wo die beiden Flüssigkeiten sich in jedem Verhältniß mischen und also in der Gleichung $4\alpha_{12} = 0$ zu setzen ist. Dann wird die Flüssigkeit 2 mit kleinerer Capillar-Constante auf der Flüssigkeit mit größerer Capillar-Constante sich ausbreiten, oder genauer gesagt, die größere Spannung der Flüssigkeits-Oberfläche 1 zieht gleichsam die Oberflächentheilchen der Flüssigkeit 2 von geringerer Oberflächenspannung mit sich fort.

1) *Ann. d. chim.* (1) t. 47, p. 303. 1803. Gilb. Ann. Bd. 24, S. 131. 1806.

2) *Ann. d. chim.* (1) t. 51, p. 216. 1804. Gilb. Ann. Bd. 24, S. 139. 1806.

3) Gilb. Ann. Bd. 24, S. 123. 1806.

4) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 196. 1858.

P. du Bois-Reymond¹⁾ beobachtete, daß ein heißer Tropfen einer Flüssigkeit auf die Oberfläche derselben aber nicht erwärmten Flüssigkeit gebracht, sich dort ebenfalls ausbreitet. Da die Capillar-Constante einer Flüssigkeit mit steigender Temperatur abnimmt, so ist $\alpha_1 > \alpha_2$ und der Versuch aus der Theorie vorherzusagen.

Derselbe Beobachter²⁾ hat auf die im Innern der Flüssigkeit 1 durch die Ausbreitung der Flüssigkeit 2 hervorgerufenen Strömungen aufmerksam gemacht, indem er eine Oelschicht statt auf eine feste Unterlage, auf eine Wasserschicht legte. Bei der Ausbreitung von absolutem Alkohol auf der Oberfläche der Oelschicht treten Wirbelbewegungen im Innern derselben ein, und das Wasser hebt sich unter dem Ausbreitungs-Mittelpunkt. Diese secundären Erscheinungen erklären sich, wie schon P. du Bois-Reymond³⁾ bemerkt, dadurch, daß der Alkohol die an ihn gränzende Oelschicht mit sich fortreißt, und treten alle Mal mehr oder weniger stark ausgeprägt auf, sobald man eine Flüssigkeit 3 auf die dünne Flüssigkeitsschicht 2 bringt, die sich an der Oberfläche einer Flüssigkeit 1 ausgebreitet hatte. Die Flüssigkeit 3 verbreitet sich auf der Flüssigkeit 2, sobald $\alpha_{23} < \alpha_2 - \alpha_3$, ruft im Innern der Flüssigkeit 2 Strömungen hervor und rollt die dünne Flüssigkeitsschicht 2 gleichsam von der Oberfläche der Flüssigkeit 1 ab. Dabei kommt die Flüssigkeit 3 mit der Flüssigkeit 1 in Berührung, und nun hängt es von den Größen α_2 , α_3 , α_{12} , α_{23} und α_{31} ab, ob die Flüssigkeit 3 die Flüssigkeit 2 von der Oberfläche der Flüssigkeit 1 vertreibt, oder nicht.

Außerdem spielt bei diesem complicirten Vorgang die mehr oder weniger unbekannte Reibung der Flüssigkeitstheilchen gegeneinander eine Rolle.

Es ist also durchaus falsch zu sagen, daß, sobald $\alpha_2 > \alpha_3$ die Flüssigkeit 3 die Flüssigkeit 2 vertreibt. So verdrängt z. B. Olivenöl ($\alpha_3 = 3^{\text{mgr}}, 76$) den Alkohol ($\alpha_2 = 2^{\text{mgr}}, 599$) von

1) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 202. 1859.

2) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 197. 1859.

3) *Ib.* S. 199.

einer Quecksilberfläche, auf welche man nebeneinander zwei Tropfen dieser Flüssigkeiten bringt, obwohl $\alpha_3 > \alpha_2$ ist. Der Grund liegt eben darin, daß für Quecksilber-Olivenöl $\alpha_{13} = 34^{\text{mgr}}, 19$, für Quecksilber-Alkohol $\alpha_{12} = 40^{\text{mgr}}, 71$, im letzteren Falle also beträchtlich größer ist. $\alpha_{21} = 0^{\text{mgr}}, 226$ für Alkohol-Olivenöl hat wegen seiner Kleinheit nur einen unbedeutenden Einfluß bei dieser Erscheinung.

Für den Fall, daß man die Capillar-Constanten der gemeinschaftlichen Flüssigkeits-Oberflächen vernachlässigen kann, d. h. wenn die zusammengebrachten Flüssigkeiten in jedem Verhältniß mischbar oder die α mit doppeltem Index klein sind, wird freilich die Flüssigkeit mit kleiner Capillar-Constante der freien Oberfläche die Flüssigkeit mit größerer Capillar-Constante verdrängen.

Ordnet man die in jedem Verhältniß mischbaren Flüssigkeiten so, daß jede folgende auf der freien Oberfläche der vorhergehenden sich ausbreitet, so muß man dieselbe Reihenfolge erhalten, wie wenn die Flüssigkeiten nach der Größe der Capillar-Constante geordnet wären¹⁾.

Die vorstehende Betrachtung gilt auch für den Fall, daß die Flüssigkeit 1 durch einen festen Körper 1 ersetzt wird.

- 1) Schon Frankenheim (Cohäsionslehre S 142, 1835) machte darauf aufmerksam, daß die Intensität, mit welcher sich ein Tropfen einer Flüssigkeit zu verbreiten strebt, um so größer werde, je kleiner die spezifische Cohäsion der betreffenden Flüssigkeit sey. Obwohl er später (S. 144) auch der Dampfildung einen Einfluß auf die Ausbreitung zuschreibt, so scheint er doch eine richtige, wenn auch in manchen Punkten unklare Vorstellung von diesen Erscheinungen gehabt zu haben.

In neuester Zeit hat Lüdte (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 377 sub. 4 bis 6) ganz allgemein für beliebige Flüssigkeiten das Gesetz ausgesprochen, daß die nach der Größe der Capillar-Constanten geordnete Flüssigkeitsreihe mit der Reihenfolge übereinstimme, in der sich die Flüssigkeiten ausbreiten, und dabei angegeben: »daß die Ausbreitung um so deutlicher eintritt, je geringer die Mischbarkeit zweier Flüssigkeiten und je größer der Unterschied ihrer Cohäsionen« sey. Da aber α_{12} um so kleiner zu seyn scheint, je leichter die Flüssigkeiten 1 und 2 sich mischen, so steht diese Angabe in Widerspruch mit Gleichung 4 §. 25 dieses Aufsatzes. Die Reihen stimmen eben nur für den Fall der vollkommenen Mischbarkeit mit einander überein.

Obwohl die Beweglichkeit der diesen festen Körper 1 berührenden Flüssigkeitstheilchen erheblich verkleinert ist, muß man doch, wie ich später noch näher erörtern werde, der die Oberfläche des festen Körpers berührenden Flüssigkeit eine bestimmte Oberflächenspannung beilegen.

Aus diesem Grunde halte ich die von manchen Beobachtern benutzte Methode, dünne Schichten verschiedener Flüssigkeiten auf Glas, Porcellan oder Metallplatten mit einander in Berührung zu bringen und zu beobachten, welche Flüssigkeit die andere vertreibt, für wenig zuverlässig. Freilich wird in vielen Fällen die Spannung der freien Oberfläche der beiden zusammengebrachten Flüssigkeiten so bedeutend überwiegen, daß die Flüssigkeit 2 auf der Flüssigkeit 3 sich ausbreitet und die Flüssigkeit 3 von der Oberfläche des festen Körpers 1 vertreibt, sobald $a_2 < a_3$ ist.

In diesem Falle stimmt dann, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, die Reihenfolge der nach der Gröfse der Capillar-Constanten geordneten Flüssigkeiten mit der Reihenfolge überein, bei welcher die tiefer stehende Flüssigkeit eine dünne Schicht der höher stehenden Flüssigkeit von der Oberfläche einer Glasplatte vertreibt. Ob eine vollkommene Uebereinstimmung beider Reihen stattfindet, würde sich nur durch gleichzeitige Bestimmung der Capillar-Constanten der Flüssigkeiten, mit denen die Ausbreitungsversuche angestellt wurden, beurtheilen lassen.

Brugnatelli¹⁾

Olivenöl

Weingeist

Terpenthinöl

Aether

Carradori²⁾

Steinöl

Terpenthinöl

Aether

1) *Ann. d. chim. t.* 51, p. 216. 1804. Gilb. Ann. Bd. 24, S. 136. 1806.

2) *Ann. d. chim. t.* 51, p. 216. 1804. Gilb. Ann. Bd. 24, S. 142. 1806.

Ben. Prevost ¹⁾		Lüdtge ²⁾	
Zinkvitriol	} Wäfs- rige Lö- sun- gen	Eisenchlorid	
Kochsalz		Salmiak	
Salpeter		Wasser	
Glaubersalz		Kupfervitriol	
Kupfervitriol		Ammoniak	
Eisenvitriol		Salzsäure	
Alaun		Schwefelsäure	
Wasser		Salpetersäure	
Fette Oele		Glycerin	
Aetherische Oele		Kalilösung	
Alkohol		Schwefelkohlenstoff	
Aether		Mohnöl	
		Essigsäure	
Wasser		Plateau'sche Seifenlösung	
Fette Oele		Terpenthinöl	
Seifenwasser		Benzin	
		Alkohol	
		Essigäther	
		Schwefeläther.	

32.

Der hübsche Versuch von Lüdtge³⁾ in Plateau'schen Drahtgerippen eine Lamellenfigur aus Wasser oder Oel (Flüssigkeit 1) zu bilden, und diese durch Oel oder Seifenwasser (Flüssigkeit 2) verdrängen zu lassen, so daß jetzt die Lamellen aus der letzteren Flüssigkeit bestehen, erklärt sich durch die oben besprochenen und mit der Ausbreitung der Flüssigkeit 2 verknüpften secundären Strömungen im Innern der Flüssigkeit 1.

Die Flüssigkeit 2 verbreitet sich auf der einen Fläche der Flüssigkeit 1, sobald $\alpha_{12} > \alpha_1 - \alpha_2$, rollt dieselben auf der in Bezug auf ihre Oberflächenbeschaffenheit unveränder-

1) *Ann. d. chim. t. 40, p. 1 bis 32, 1801.* Gilb. Ann. Bd. 24, S. 180. 1806.

2) *Pogg. Ann. Bd. 137, S. 369. 1869.*

3) *Pogg. Ann. Bd. 137, S. 465. 1869.*

ten anderen Fläche der Flüssigkeit 1 ab, durchbricht diese andere Fläche und bildet nun eine kreisförmige Lamelle, deren Durchmesser allmählig zunimmt, wie der Durchmesser des linsenförmigen Wassertropfens auf Quecksilber zunahm, wenn man Oel auf die Gränze von Quecksilber und Wasser bringt (§. 27). Auch bei diesem letzteren Versuch beobachtet man unter günstigen Umständen ein Durchbrechen des sehr flachen linsenförmigen Wassertropfens, oder die Entstehung einer kreisförmigen Oellamelle im Innern einer Wasserlamelle auf dem Quecksilber.

Aehnliche Erscheinungen zeigt eine Wasseroberfläche auf welche man einen Oeltropfen hat fallen lassen, so daß dieser dabei innerhalb des Wassers in viele kleine Tropfen zertheilt worden ist. Ein Theil des Oeles breitet sich schnell, wie oben (§. 29) beschrieben wurde, zu einer dünnen Haut von modificirtem Oele mit größerer Capillar-Constante oder Oberflächenspannung als das ursprüngliche, nicht geänderte, Oel auf dem Wasser aus. Steigen nun die specifisch leichteren Tröpfchen von noch nicht modificirtem Oel in dem specifisch schwereren Wasser in die Höhe und durchbrechen die dünne Oelhaut, so bilden sie auch kreisrunde Lamellen auf der Wasseroberfläche, deren Durchmesser allmählig zunimmt, so lange bis die Einwirkung des Wassers auch die Capillar-Constanten dieses Oels genügend modificirt hat. Die Ursache dieser Erscheinung möchte ich hauptsächlich in der Verschiedenheit der Capillar-Constante der freien Oberfläche des modificirten und nicht modificirten Oeles suchen.

33.

Man kann auch noch in anderer Weise, als es im Vorstehenden und besonders in den ersten vier Abschnitten dieser Mittheilung geschehen ist, die Abnahme der Capillar-Constante oder Oberflächenspannung nachweisen, sobald eine Flüssigkeit 2 auf der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 1 sich ausbreitet.

Läßt man Wasser (Flüssigkeit 1) aus einem verticalen unten scharf abgeschnittenen Glasrohr vom Radius r tropfen,

so ist das Gewicht der Tropfen $= \alpha \cdot 2r\pi$. Durch Aufbringen einer kleinen Menge Oliven- oder Terpenthinöl (Flüssigkeit 2) auf die Oberfläche der Glasröhre, welches sich dann auf der Oberfläche des abfallenden Tropfens verbreitet, wird α nicht mehr $= \alpha_1$ bleiben, sondern $= \alpha_{12} + \alpha_2$ werden $< \alpha_1$ und die Gröfse der Wassertropfen wird beträchtlich abnehmen. Da das Oel bald von den fallenden Wassertropfen mit fortgenommen wird, so nimmt die Dicke des Oelüberzuges mit der Zeit ab, wird $< 2l$ als der doppelte Radius der Wirkungssphäre und die Gröfse der Tropfen nimmt wieder zu. Bei der Schwierigkeit, die Dicke des Oelüberzuges richtig zu beurtheilen, habe ich keine messenden Versuche in dieser Beziehung angestellt.

Je langsamer die Tropfen fallen, um so mehr Zeit haben sie an der Oberfläche Substanzen zu condensiren, die in Dampfform in der Atmosphäre enthalten waren, um so kleiner wird α oder die Capillar-Constante gefunden werden müssen, wie es auch die Erfahrung lehrt. Bei dem von mir früher¹⁾ benutzten Verfahren, mit fallenden Tropfen Capillar-Constante geschmolzener Körper zu bestimmen, hatte diese Fehlerquelle wegen der hohen Temperatur der geschmolzenen Körper einen nur geringen Einfluss. Ein Gleiches gilt für die Messungen an flachen Tropfen geschmolzener Substanzen²⁾.

Befestigt man ein horizontales Capillarrohr vom Radius r senkrecht zur Axe eines gewöhnlichen Reflexions-Goniometers und bringt eine kleine Menge einer Flüssigkeit 1, etwa Wasser, in dasselbe, so wird der von zwei capillaren Menisken begränzte Flüssigkeits-Faden an allen Stellen des cylindrischen Rohres im Gleichgewicht seyn. Bringt man nun eine kleine Menge einer Flüssigkeit 2 auf den einen Meniskus der Flüssigkeitssäule 1, so verringert man hierdurch den Capillardruck $\frac{2\alpha_1}{r}$ an der Kuppe desselben auf $\frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{r}$, und die Flüssigkeitssäule wird nach dem anderen Ende des Capillarrohrs fortgeschoben. Bei einer gewissen

1) Pogg. Ann. Bd. 135. S. 642. 1868.

2) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 150. 1869.

am Goniometer gemessenen Neigung ν des Capillarrohres, die von der Länge L und dem spec. Gewicht σ , der Flüssigkeitssäule 1 abhängt, wird der Flüssigkeitsfaden wieder im Gleichgewicht stehen. Eine solche Flüssigkeitssäule mit ungleichartigen Oberflächen in einem cylindrischen Glasrohr verhält sich also ähnlich, wie eine Flüssigkeitssäule mit gleichartigen Oberflächen in einem konischen Glasrohr. Der Methode durch Messungen der Größen ν , L und r einen Werth für $\alpha_{12} + \alpha_2$ abzuleiten, stehen dieselben Schwierigkeiten wie den in Abschnitt 3 und 4 beschriebenen Versuchen entgegen, daß sich nämlich die Aenderungen des Randwinkels nicht genügend leicht beurtheilen lassen. Für Vorlesungsversuche ist diese Methode dagegen recht geeignet, um die Abhängigkeit des capillaren Drucks oder der Oberflächen-Spannung von der Beschaffenheit der freien Flüssigkeits-Oberfläche nachzuweisen.

Läßt man eine Flüssigkeit 1, etwa Wasser, in gewöhnlicher Weise in einem Capillarrohr aufsteigen, und dann geringe Mengen einer Flüssigkeit 2, etwa Olivenöl oder Terpenthinöl, auf der freien ebenen Flüssigkeits-Oberfläche außerhalb des Capillarrohrs sich ausbreiten, so bleibt die Steighöhe der Flüssigkeit im Capillarrohr ungeändert.

Da die Constante α_1 oder H_1 (vergl. §. 1) durch Aufbringen dieser Flüssigkeit 2 sehr wesentlich modificirt wird, so hätte ich auch eine Aenderung der Constante K_1 und damit eine Abnahme der Steighöhe erwartet. Wie schon im Anfang dieser Mittheilung a. a. O. angedeutet wurde, läßt sich hieraus noch kein strenger Schluß auf die Größe des Normaldrucks K in der freien ebenen Oberfläche einer Flüssigkeit ziehen, da

$$K_1 - K_2 = K_{12} = -K_2$$

seyn kann. Diese Relation wird aber nach den Zahlen der Tabelle X §. 10, die niemals $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$ geben, sehr unwahrscheinlich, und möchte ich deshalb der Ansicht von Thomas Young beistimmen, wonach K_1 der Normaldruck in einer ebenen Flüssigkeits-Oberfläche $= 0$ zu setzen ist.

Berlin im September 1869.

Der vorstehende Aufsatz war schon fertig niedergeschrieben, als ich eine sehr interessante Abhandlung des Hrn. G. van der Mensbrugghe ¹⁾ über die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten durch die Güte des Hrn. Verfassers zugesandt erhielt. Derselbe behandelt Bewegungen an der freien Oberfläche von Flüssigkeiten, welche andere Flüssigkeiten, Kampherstückchen oder kleine feste Körper zeigen, und sucht von ähnlichen Gesichtspunkten ausgehend, wie ich es gethan, den Grund dieser Erscheinungen in der verschiedenen Gröfse der capillaren Spannung der Flüssigkeits-Oberfläche, die durch Auflösung geringer Mengen fremder Substanz erheblich modificirt werden kann. Die gröfsere oder geringere Spannung der freien Flüssigkeits-Oberfläche wird durch die von dem Hrn. Verf. entdeckte Methode der Gestaltsänderung geschlossener Curven nachgewiesen, welche aus dünnen an der Oberfläche der Flüssigkeiten schwimmenden Fäden gebildet sind. Ausserdem enthält die Abhandlung eine recht vollständige Literatur der früheren Arbeiten über denselben Gegenstand.

Da wir unabhängig von einander auf ganz verschiedenen Wegen auf die Untersuchung derselben Erscheinungen geführt worden sind, so glaubte ich an meiner einmal niedergeschriebenen Darstellung nichts ändern zu sollen, um so mehr als sich meiner Meinung nach ohne Kenntnifs der Gröfse der Capillar-Constanten der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Flüssigkeiten ein vollständiges Verständnifs des Vorganges der Ausbreitung nicht erreichen läfst. Uebrigens sind die von Hrn. van der Mensbrugghe beschriebenen Versuche alle in Uebereinstimmung mit den im Vorstehenden entwickelten theoretischen Betrachtungen.

Die Hauptresultate der vorstehenden Untersuchung lassen sich folgender Maafsen zusammenfassen:

1. *An der gemeinschaftlichen Gränze zweier Flüssigkeiten 1 und 2 findet eine ähnliche Oberflächenspannung*

1) G. van der Mensbrugghe, *sur la tension superficielle des liquides*. *Mém. cour. et sav. étrang. d. Brux.* t. XXXII, p. 1 bis 67. 4°.

statt, wie in der freien von Luft begränzten Oberfläche einer Flüssigkeit.

2. Die Oberflächenspannung oder Capillar-Constante α_{12} der gemeinschaftlichen Gränzfläche zweier Flüssigkeiten giebt mit der Summe der umgekehrten Hauptkrümmungsradien eines Punktes der Gränzfläche multiplicirt den capillaren Druck in der Richtung der Oberflächennormalen.

3. Die Gröfse dieser Capillar-Constante α_{12} läßt sich nicht aus den Capillar-Constanten α_1 und α_2 der freien Oberfläche der beiden Flüssigkeiten unmittelbar bestimmen, sondern muß durch besondere Versuche gefunden werden. Sie kann alle möglichen Werthe zwischen 0 und $\alpha_1 - \alpha_2$ haben.

3. Ist $\alpha_{12} = 0$, so sind die Flüssigkeiten 1 und 2 in jedem Verhältnifs mischbar, es bilden sich keine Tropfen oder Blasen der einen Flüssigkeit im Innern der anderen. Im Uebrigen scheint α_{12} um so kleiner, je mehr die Flüssigkeiten mischbar sind, und stets kleiner als $\alpha_1 - \alpha_2$.

4. Stofsen drei capillare Oberflächen in einem Punkte zusammen, so sind die Außenwinkel eines Dreiecks die Randwinkel der Flüssigkeitsoberflächen, dessen Seiten proportional den Capillar-Constanten der drei capillaren Oberflächen sind.

5. Eine Flüssigkeit ²3 breitet sich auf der gemeinschaftlichen Gränzfläche zweier Flüssigkeiten 1 und ² aus, sobald $\alpha_{12} < \alpha_{31} - \alpha_{23}$. } *Wang*

6. Eine Flüssigkeit 2 breitet sich auf der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 1 aus, sobald $\alpha_{12} < \alpha_1 - \alpha_2$ ist.

7. Ordnet man die in jedem Verhältnifs mischbaren Flüssigkeiten, für welche also $\alpha_{12} = 0$ ist, so daß jede folgende auf der freien Oberfläche der vorhergehenden sich ausbreitet, so muß man dieselbe Reihenfolge erhalten, wie wenn die Flüssigkeiten nach der Gröfse der Capillar-Constante ihrer freien Oberfläche geordnet wären.

8. Bleibt ein linsenförmiger Tropfen einer Flüssigkeit 2 auf der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 1 liegen, ohne sich auszubreiten, so ist sicher in den meisten, wahrschein-

lich aber in allen Fällen die freie Oberfläche der Flüssigkeit 1 mit einer dünnen Schicht einer fremden Flüssigkeit 3 verunreinigt. Die Wirkung dieser fremden Flüssigkeitsschicht nimmt mit der Dicke derselben zu, bis zu einer bestimmten Gränze, die gleich dem doppelten Radius der Wirkungssphäre ist.

9. Breitet sich eine Flüssigkeit 2 in einer dünnen Schicht auf einem flachen Tropfen einer Flüssigkeit 1 in Luft oder auf einer flachen Luftblase im Innern derselben Flüssigkeit 1 aus, so nimmt die verticale Entfernung $K - k$ des horizontalen und verticalen Theiles der capillaren Oberfläche ab. Die neue Gestalt der flachen Tropfen und Blasen läßt sich berechnen, sobald α_{12} und α_2 bekannt sind.

10. Breitet sich eine Flüssigkeit 3 auf der Oberfläche eines flachen Tropfens einer Flüssigkeit 2 in einer Flüssigkeit 1 aus, so läßt sich nur sagen, die Höhe $K - k$ des Tropfens der Flüssigkeit 2 nimmt ab. Die Gestaltsänderung läßt sich in diesem Falle nicht immer im Voraus berechnen.

11. Die Capillar-Constante freier Flüssigkeits-Oberflächen, an flachen Tropfen oder Blasen bestimmt, sind größer als wenn man sie aus Steighöhen in frisch gezogenen Capillarröhren berechnet. Der Randwinkel der Flüssigkeiten gegen reine Glasflächen ist nur in seltenen Fällen $= 0$.

12. Befinden sich in einer Capillarröhre 2 Flüssigkeiten übereinander, so hängt das über das allgemeine Niveau gehobene Flüssigkeits-Gewicht von der Gestalt der freien Oberfläche der oberen Flüssigkeit o und der gemeinschaftlichen Oberfläche der oberen und unteren Flüssigkeit o und u ab.

13. Das über das allgemeine Niveau gehobene Flüssigkeitsgewicht ist niemals durch die untere Flüssigkeit u allein bestimmt, wie Poisson angiebt; in manchen Fällen hingegen, wenn die Flüssigkeiten o und u in jedem Verhältniß mischbar sind, durch die obere Flüssigkeit allein.

14. Die mittlere Steighöhe der Flüssigkeiten o und u läßt sich aus den an flachen Tropfen oder Blasen gemessenen Werthen α_o und α_u berechnen, wenn der Randwinkel der freien und der der gemeinschaftlichen Oberfläche beider

Flüssigkeiten gegen die Röhrenwand bekannt ist. Nur in wenigen Fällen ist dieser Randwinkel 0° oder 180° .

15. Die Beobachtungen an Steighöhen in Capillarröhren und an flachen oder aus vertikalen Röhren fallenden Tropfen einer Flüssigkeit in Luft ergeben leicht einen zu kleinen Werth der Capillar-Constante, da sich fremde in Dampfform durch die Atmosphäre verbreitete Substanzen auf der krummen capillaren Oberfläche condensiren und die so entstandene auf der capillaren Oberfläche ausgebreitete dünne Flüssigkeitsschicht die Spannung der freien Oberfläche vermindert. Diese Fehlerquelle ist bei gewöhnlicher Temperatur gröfser als bei hohen Temperaturen, bei Flüssigkeiten mit grofser Capillar-Constante bedeutender, als bei solchen mit kleiner Capillar-Constante, und erklärt die von früheren Beobachtern zu klein gefundenen Werthe der Capillar-Constanten bei einigen Flüssigkeiten wie Quecksilber und Wasser.

16. Diese Condensation von Dämpfen an der Oberfläche von Flüssigkeiten erklärt die verschiedene Gestalt linsenförmiger Wassertropfen auf Quecksilber und die sogenannten Hauchbilder.

II. Ueber die Dämpfung der Töne fester Körper durch innere Widerstände ¹⁾; von E. Warburg.

Es ist eine bekannte Thatsache, dafs die Tonschwingungen fester Körper, wenn sie nicht durch eine äufsere Kraft unterhalten werden, allmählich erlöschen. Diefs rührt offenbar theilweise davon her, dafs der feste Körper fortwährend eine Quantität von seiner Bewegung an die Befestigungspunkte und an die Luft als Schall abgibt. Es sind aber auch im Innern der festen Körper gewisse Kräfte vorhanden,

1) Die Versuche wurden im Laboratorium des Hrn. Geheimrath Magnus angestellt.

welche auf eine Dämpfung von Bewegungen im Innern dieser Körper hinwirken. Das Vorhandenseyn solcher innerer Kräfte folgt u. A., wie W. Weber gezeigt hat, aus der verschiedenen Schnelligkeit, mit welcher die Töne verschiedener Körper verklingen; ferner aus der Erwärmung der festen Körper durch das Tönen, welche von dem Verfasser nachgewiesen ist.

Die Kräfte, welche, im Innern der festen Körper thätig, auf das Erlöschen der Bewegungen im Innern derselben hinwirken, sollen im Folgenden als *innerer Widerstand* der festen Körper bezeichnet werden.

In Bezug auf den inneren Widerstand der festen Körper bemerkt Helmholtz ¹⁾:

„Die vollkommnere Elasticität scheint besonders das Fortbestehen der höheren Töne zu begünstigen, da schnellere Schwingungen im Allgemeinen durch unvollkommene Elasticität und Reibung schneller gedämpft werden, als langsamere.“

Ein sicherer experimenteller Nachweis dafür, daß höhere Töne durch den inneren Widerstand stärker gedämpft werden, als tiefere, ist dem Verfasser nicht bekannt, eben so wenig irgend eine Untersuchung der Ursache dieses Verhaltens.

Der erste Theil dieser Arbeit enthält experimentelle Belege für die erwähnte Erscheinung, der zweite Theil eine Untersuchung der Ursachen, welche dieselbe herbeiführen.

1. Theil.

Um die Wirkung der dämpfenden Kräfte fester Körper auf Töne verschiedener Höhe kennen zu lernen, hat der Verfasser den Schall einer Schallquelle, welche Töne sehr verschiedener Höhe gleichzeitig ausgab, nämlich einer Spieluhr, durch Stäbe aus verschiedenem Material dem Ohre zugeleitet. Es mußte dabei vor Allem dafür gesorgt werden, daß der Schall der Uhr nur durch den leitenden Stab zum Ohre gelangte. Dazu diente folgendes Isolationsverfahren.

1) Lehre von den Tonempfindungen, S. 122.

Ein kreisförmig cylindrischer, 250^{mm} hoher, oben offener, bis zum Rande mit Wasser gefüllter Beutel aus dünner Kautschuckplatte wird in einem dickwandigen, cylindrischen Glasgefäße hängend gehalten, indem der obere Rand des Beutels über den aufgeworfenen Rand des Glaszylinders gezogen ist.

Wenn in diesen Beutel die durch ein Kautschuckfuttural geschützte, an Fäden hängende Spieluhr bis nahe an den Boden eingesenkt ward, so hörte ein danebenstehender Beobachter den Schall der Uhr gar nicht; erst durch einen dicht über der Wasseroberfläche gehaltenen Trichter hörte man ein wenig von den höchsten Tönen, diese aber so schwach, daß die Tonhöhe nicht mehr deutlich zu unterscheiden war.

Der Schall der Spieluhr wird an das Wasser kräftig übertragen, was u. A. daraus hervorgeht, daß dieselbe, in ein mit Wasser gefülltes Glasgefäß versenkt, durch Vermittlung von Wasser und Glas den umgebenden Medien starke Bewegung mittheilt. Auch die Seitenwände des Beutels werden ziemlich kräftig erregt; denn hängt man den Beutel frei in der Luft auf, so wird ziemlich viel Schall an dieselbe abgegeben. Wie in diesem Falle die freie Luft, so wird, wenn der Kautschuckbeutel sich in dem Glaszylinder befindet, das Luftvolum zwischen Glas und Beutel durch die Seitenwände des letzteren stark erschüttert; da aber dieses Luftvolum mit der äußeren Luft nicht communicirt und ferner die dicken Glaswände nicht merklich zu erschüttern vermag, so geht von der Bewegung desselben nichts an den umgebenden Raum über.

Führt man bei frei hängendem Beutel, indem die Spieluhr in der Tiefe schwebt, das Ohr an den Seitenwänden hinauf, so bemerkt man eine starke Abnahme des Schalles von unten nach oben. Dieser Versuch zeigt den Grund davon, daß durch die freie Wasseroberfläche so wenig Schall an die Luft gelangt. Denkt man sich ein oben offenes Gefäß mit absolut starren Wänden mit Wasser gefüllt, und an irgend einer Stelle des Wassers einen Stofs auf

dasselbe ausgeübt, etwa durch einen tönenden Körper, so wird dieser Stofs zwar nach allen Richtungen hin fortgepflanzt werden, aber wegen der Reflexion durch die starren Wände sich vorzugsweise an der freien Oberfläche äufsern. Sind aber die Wände nachgiebig, so werden dieselben seitlich ausweichen, und nach Maafsgabe dieser Nachgiebigkeit eine Quantität Bewegung an die Luft abgegeben werden. Ist danach das Gefäß tief genug, und wird der Stofs an einer tiefen Stelle geführt, so wird nur wenig Bewegung an die freie Wasseroberfläche gelangen. Selbst die starken Töne einer Wassersirene können durch das beschriebene Isolationsverfahren ziemlich vollständig von der Luft abgehalten werden. Man hängt die Sirene an Fäden in den Kautschuckbeutel; das Zuleitungsrohr für das Wasser ist von Kautschuck. Erst wenn die Sirene sehr rasch umläuft, treten die hohen Töne schwach in die Luft aus; von dem Vorhandenseyn der tieferen im Wasser überzeugt man sich, indem man ein in den Gehörgang eingesetztes, unten durch eine Membran verschlossenes Glasrohr in das Wasser führt.

An der in dem mit Wasser gefüllten Beutel befindlichen Spieluhr wird das eine Ende der zu untersuchenden Leiter passend befestigt, deren anderes Ende direct oder durch Vermittlung eines Resonanzbodens mit dem Ohre verbunden ist.

In dieser Weise wurde der Schall der Uhr durch einen 460^{mm} langen, 6^{mm} dicken Kautschuckstab dem Ohre zugeleitet: es wurde ausschließlich die tiefe Begleitung des kleinen Musikstückes gehört, welches die Uhr spielte. Untersucht man verschiedene Stellen des Streifens, so findet man, dafs nur in der Nähe der Schallquelle etwas von den höchsten Tönen wahrzunehmen ist.

Um zu untersuchen, ob der Luftwiderstand Einflufs auf diese Erscheinungen habe, wird die Spieluhr in einem luftleeren Gefäß an einem Kautschuckstreifen aufgehängt. Es gelangten durch den Aufhängpunkt und das Gefäß nur tiefe Töne an die Unterlage; ersetzte man den Kautschuckstreifen durch ein Bleirohr, so wurden nun hohe wie tiefe

Töne von einem Beobachter wahrgenommen, der das Ohr auf die Unterlage legte.

Es ist daraus zu schließen, daß die Ursache der Schwächung der Töne bei der Leitung durch das Kautschuck nicht vom Luftwiderstande herrührt, sondern in der Natur des Kautschucks selbst begründet ist.

Stäbe aus Holz, Stahl, Glas, Blei, Wachs, von den Dimensionen des Kautschuckstreifens, pflanzten hohe wie tiefe Töne merklich gleichmäÙig fort. Selbst bei der Leitung des Schalles durch einen 30^m langen, schwach gespannten Kupferdraht von 0^{mm},2 Durchmesser war ein Unterschied in der Fortpflanzung höherer und tieferer Töne nicht zu erkennen. Als aber ein 11^m langer Bleidraht von 1½^{mm} Durchmesser zwischen der Schallquelle und dem Ohre eingeschaltet ward, war von den höheren Tönen nichts mehr wahrzunehmen, während die tiefe Begleitung vollkommen scharf hervortrat.

Dasselbe Verhalten, wie die Kautschuck- und die längere Bleileitung zeigte ein 4^m,5 langes, schwach gespanntes Hanfseil; spannte man dasselbe ein wenig stärker, so traten sofort die höheren Töne zu den tieferen hinzu; der Kautschuckstreifen hingegen mußte sehr stark gespannt, nämlich auf etwa die dreifache Länge ausgezogen werden, damit die höchsten Töne sich auf etwas weitere Strecken in demselben fortpflanzten.

Mit diesen Versuchen hängt die ungleiche Schwächung zusammen, welche Töne verschiedener Höhe bei der Leitung durch Luft erleiden, die in Kautschuckröhren eingeschlossen ist.

Dem aus der Wasseroberfläche hervorragenden Ende eines mit der Spieluhr verbundenen Holzstabes ward, ohne dasselbe zu berühren, das eine Ende einer offenen Glasröhre genähert. Wurde das andere Ende in den Gehörgang eingesetzt, so hörte man das ganze Stück der Spieluhr, nur daß, besonders bei kurzen Röhren, einzelne Töne durch Resonanz besonders hervorgehoben wurden. Ersetzte man hingegen das Glasrohr durch ein Kautschuckrohr, so wurden bei hinreichender Länge der Leitung nur die tieferen Töne

wahrgenommen. Bei gleicher Wanddicke der Kautschuckröhren hörte man durch ein engeres Rohr die höheren Töne stärker, als durch ein weiteres. Um dies zu zeigen, genügt es, zwei Röhren von verschiedenem innern Durchmesser gleichzeitig in beide Ohren einzusetzen und die freien Enden der Schallquelle zu nähern. Drückt man jetzt den einen oder den andern Schlauch zu, so kann man den Unterschied in der Stärke und Zusammensetzung des von beiden Leitungen fortgepflanzten Schalles beurtheilen.

Durch die Kautschuckwände hindurch findet eine beträchtliche Abgabe von Schall an die Luft Statt. Diese Abgabe, welche in freier Luft nicht deutlich wahrgenommen ward, trat hervor, als man die Kautschuckröhren in ein weiteres Glasrohr einlegte; die freien Enden des cylindrischen, ringförmigen Raumes zwischen Kautschuck- und Glasrohr wurden durch Verkittung gegen den Eintritt des Schalls von außen geschützt. Setzte man mittels eines seitlich in dem Glasrohr angebrachten Tubus den genannten ringförmigen Luftraum mit dem Ohre in Verbindung, so ward der Schall kräftig wahrgenommen; dies fand nicht Statt, wenn auch das innere Rohr ein Glasrohr war. Liegt das Kautschuckrohr in dem Glasrohr, so wird durch das erstere mehr Schall wahrgenommen, als wenn dasselbe sich in freier Luft befindet; offenbar weil das Glasrohr die Zerstreuung der von den Kautschuckwänden abgegebenen Bewegung hindert.

Hiernach hat man sich den Vorgang bei der Leitung durch die Luft in Kautschuckröhren so vorzustellen, daß die nachgiebigen, schlecht reflectirenden Wände des Rohres durch die Schwingungen der Luft in Transversalschwingungen versetzt werden. Diese Transversalschwingungen des festen Kautschucks werden beim Fortschreiten geschwächt, und zwar die höheren Tonschwingungen nach den zuerst beschriebenen Versuchen viel rascher, als die tieferen. Es werden sonach dem System die höheren Töne bei der Leitung schneller verloren gehen, und die tieferen demselben länger erhalten bleiben. Dabei bleibt dahingestellt, ob vielleicht auch ein Unterschied in der Stärke der Reflexion durch die Kaut-

schu
find

Klar
•inc
teru
hero
zu

Sch
sche
schu
Erk
den

Krä
der
eine
lung
laren
gung
ob
Klei
Ursa
war.
fasse
ist ü
über
Den
so k
Mag
die
ren
verk
1) L

schuckwände für Tonschwingungen verschiedener Höhe Statt finde.

In ähnlicher Weise erklärt Helmholtz ¹⁾ den weicheren Klang der Holzpfеifen im Verhältniß zu den Metallpfеifen, indem die Wände der ersteren nicht so gut der Erschütterung durch die Schallwellen widerstehen, wobei die höheren Tonschwingungen leichter durch Reibung vernichtet zu werden scheinen.“

Es sind damit die Erscheinungen bei der Leitung des Schalles durch die Luft in Kautschuckröhren auf die Erscheinungen der Leitung des Schalles durch das feste Kautschuck zurückgeführt, und es handelt sich nunmehr um die Erklärung der ungleichen Schwächung von Tönen verschiedener Höhe bei der Leitung durch feste Körper.

2. Theil.

Wenn Schwingungen einzig und allein durch *elastische Kräfte* unterhalten werden, so ist mit einer Verkleinerung der Schwingungsdauer in einem und demselben Körper stets eine Verkleinerung der Wellenlänge (schwingenden Abtheilung) und damit eine Vergrößerung der mittleren molekularen Verschiebung bei gleicher Amplitude in den Schwingungsmaximis, untrennbar verbunden. Es war die Frage, ob in der Kleinheit der Schwingungsdauer, oder in der Kleinheit der Wellenlänge, oder in beiden Umständen die Ursache der stärkeren Dämpfung der höheren Töne gelegen war. Um diese beiden Momente zu sondern, hat der Verfasser *magnetische Kräfte* mit den elastischen *combinirt* und ist überdies zu passend verlangsamten Torsionsschwingungen übergegangen, welche scharfen Messungen zugänglich sind. Denkt man sich an einem Faden einen Magneten aufgehängt, so kann man einzig durch Veränderung der Richtkraft des Magneten mittels eines passend gelegten anderen Magneten die Oscillationsdauer der Torsionsschwingungen ändern, deren dieß System fähig ist. Andererseits kann man den Faden verkürzen und die dadurch entstandene Aenderung der

1) Lehre von den Tonempfindungen, S. 153.

Schwingungsdauer des Systems durch passende Verschiebung des äußeren Magneten compensiren.

Diese Idee ward mit einer Art Drehwaage ausgeführt. Um die Länge der Fäden ändern zu können, wurden dieselben am oberen Ende an einer Stange befestigt, die in der Röhre vertikal verschiebbar war; das untere Ende trug einen Wagebalken, welcher zur Aufnahme des Magneten die Form einer Rinne hatte und außerdem mit einem versilberten vertikalen Glasspiegel versehen war. Der Wagebalken war aus Holz, 16^{mm} breit, 9^{mm},5 hoch und 64^{mm} lang; er wog 18^{gr},2. Der Magnet war 77^{mm} lang und wog 3^{gr}. Das Trägheitsmoment des Ganzen ist nicht ermittelt worden. Dieses gegen Erschütterungen möglichst geschützte System konnte durch äußere magnetische Einflüsse zu Torsionsschwingungen angeregt werden. Ein in das Gefäß der Waage eingesetztes, planparalleles Glas erlaubte die Beobachtung der Ausschläge durch Skale und Fernrohr. Die Entfernung des Spiegels von der Skale betrug 1940^{mm}.

Es wurde bei den Versuchen stets dafür gesorgt, daß in der Gleichgewichtslage des Systems der Faden ohne Torsion war. Wenn dieses bewirkt und der Wagebalken zur Ruhe gekommen war, ward derselbe durch einen angehängten Magneten abgelenkt und die Ausschläge notirt. Die durch den äußeren Magneten regulirte Schwingungsdauer ward mit Hilfe einer Secundenuhr ermittelt. Die Größe der Amplituden und die Entfernung des äußeren Magneten hielten sich stets in solchen Gränzen, daß der Isochronismus größerer und kleinerer Schwingungen nicht gestört ward. — Es wurden Kautschuckfäden und dünne Seiden-, Glas- und Metallfäden untersucht.

Auf diese Weise hat sich zunächst ergeben, daß innerhalb der Elongationen von 6° und 2° aus der Gleichgewichtslage, auf welche Gränzen die Beobachtungen beschränkt wurden, die Reihe der Ausschläge sich sehr genau durch eine geometrische Reihe darstellen läßt, ein Gesetz der Abnahme, welches schon Gauss und Weber für dünne Metall- und Seidenfäden gefunden haben.

Zum Beleg dafür diene folgender Versuch.

Kautschuckfaden 325^{mm} lang. Schwingungsdauer $\tau = 8''{,}35$.
 $6\lambda = 0,081\ 4021$.

Beobachtet		Berechnet	Diff. in Skth.	Diff. in Bogensek.
Skalenth.	Corrig. Skalth.			
460	451,7			
379	374,3	374,5	+0,2	+10,4
313	310,3	310,5	+0,2	10,4
258	256,4	257,4	+1	52
214	213,2	213,4	+0,2	10,4
177	176,5	176,9	+0,4	20,8
146	115,8	146,7	+0,9	46,8

Die beobachteten Zahlen sind nach dem Tangentengesetz corrigirt (Rubrik corrigirte Skalenth.). Das n fache logarithmische Decrement $n\lambda$ ward aus einer Anzahl m beobachteter Ausschläge berechnet, welche um die Zeit $n\tau$ (wo τ die Dauer einer ganzen Schwingung bedeutet) von einander abstanden und zwar nach einer von O. E. Meyer zu ähnlichem Zweck benutzten Formel

$$n\lambda = \frac{2}{m \cdot m + 1} \cdot \sum_{p=1}^{m-1} \log \frac{a_0}{a_p}$$

wo $a_0, a_1 \dots a_m$ die beobachteten Ausschläge bedeuten. Mit dem so erhaltenen Werth von $n\lambda$ ward eine Anzahl anderer, gleichfalls um die Zeit $n\tau$ von einander abstehender Ausschläge berechnet. Man sieht, daß die Differenzen der beobachteten und berechneten Werthe sich durchweg innerhalb der Gränzen des möglichen Beobachtungsfehlers halten, welcher, 1 Skalenth. entsprechend, bei den kleinsten Elongationen $\frac{1}{136}$, bei den größten $\frac{1}{416}$ der ganzen Elongation betrug.

Danach wird die Bewegung des Systems dargestellt durch die Formel:

$$x = A \cdot e^{-\mu t} \cdot \cos nt,$$

wo

x die Elongation aus der Gleichgewichtslage in Winkelgraden,

A die Elongation zur Zeit $t = 0$,

n die Schwingungszahl in der Zeit 2π ,

ε eine Gröfse bedeutet, welche für jeden Versuch eine Constante ist.

In dieser Formel ist die Gröfse ε umgekehrt proportional der Zeit, innerhalb welcher die Amplitude von a auf $\frac{1}{n}a$ reducirt wird, also *Maafs der Dämpfung*. Es setzt ferner jenes Gesetz, wie bekannt, eine dämpfende Kraft voraus, proportional und entgegengesetzt der Geschwindigkeit; *Maafs der dämpfenden Kraft* bezogen auf die Einheit der Geschwindigkeit ist das Product $\varepsilon \cdot M$, wo M das Trägheitsmoment bedeutet. Da nun bei den Versuchen nur die Länge der Fäden geändert ward, der Wagebalken aber nebst Zobehör immer derselbe blieb, so blieb auch das Trägheitsmoment bei allen Versuchen merklich constant. Es kann danach die Gröfse ε sowohl als *Maafs der Dämpfung*, wie als *Maafs der dämpfenden Kraft* betrachtet werden.

Man könnte die relative Gröfse der dämpfenden Kraft, auf deren Ermittlung die Versuche hinzielen, herleiten, indem man unmittelbar die Zeit beobachtet, innerhalb deren die Amplitude von a auf $\frac{1}{n}a$ reducirt wird. Sicherer findet man jene Gröfse aus dem logarithmischen Decrement, nämlich durch Division desselben durch die Schwingungsdauer. In dieser Weise hat der Verfasser die Bestimmung der Gröfse ε ausgeführt.

Es war das erste Ziel des Verfassers, die Abhängigkeit der Dämpfung von der Schwingungsdauer ¹⁾ aufzufinden, und wurden zu diesem Zweck zuerst Beobachtungen im luftgefüllten Raume angestellt.

Die folgenden Tabellen enthalten einen Theil der ermittelten Zahlen. L bedeutet die Länge der Fäden.

1) Aus Versuchen von W. Thomson (*Phil. Mag.* 1865, IV. series) über die Viscosität von Metalldrähten lassen sich keine Schlüsse ziehen zur Beantwortung der hier behandelten Frage.

Kautschuckfäden $L=328\text{mm}$		$L=164\text{mm}$		$L=82\text{mm}$	
τ	ε	τ	ε	τ	ε
13,63	0,001 76	12,26	0,002 86		
8,72	0,001 49	8,3	0,002 38	7,6	0,003 26
5,13	0,001 27	5,17	0,001 88	5,23	0,002 88
2,87	0,001 28	2,7	0,001 57	2,65	0,002 11
Glasfäden $L=330\text{mm}$		Seidenfäden $L=330\text{mm}$		Kupferfäden ¹⁾ $L=320\text{mm}$	
τ	ε	τ	ε	τ	ε
7,90	0,000 78	7,65	0,000 69	7,17	0,000 83
4,6	0,000 86	4,97	0,000 79	4	0,000 90

Bei näherer Betrachtung dieser Zahlen (welche im Allgemeinen in der fünften Decimalstelle um vier Einheiten unsicher sind) zeigt sich: Für Kautschuckfäden nimmt im Allgemeinen die Dämpfung mit wachsender Schwingungsdauer bedeutend zu.

Nur für den längsten untersuchten Kautschuckfaden (von 328mm) tritt für kleine Werthe der Schwingungsdauer keine Zunahme mehr ein, sondern sogar eine kleine Abnahme.

Wie dieser längste Kautschuckfaden sich für kleine Werthe der Schwingungsdauer verhält, so verhalten sich alle übrigen untersuchten Fäden (feine Seiden-, Glas-, Metallfäden) für alle untersuchten Werthe der Schwingungsdauer, nämlich bei allen zeigt sich eine Abnahme der Dämpfung mit wachsender Schwingungsdauer.

Diese Complication der Erscheinungen konnte davon herrühren, daß die beobachtete GröÙe ε eine zusammengesetzte war. Die dämpfenden Kräfte, welchen das schwingende System unterliegt, sind nämlich theilweise außerhalb desselben, im Luftwiderstand, theilweise innerhalb desselben, im Faden gelegen. Es ist also die GröÙe ε die Summe

1) Die Durchmesser der angewandten Metallfäden betrugen kaum $\frac{1}{10}\text{mm}$ die der Kautschuckfäden etwas über 1mm .

zweier Gröſsen, deren eine dem Luftwiderstand, deren andere, welche wir suchen, dem Faden zufällt. Es schienen nun die erhaltenen Resultate darauf hinzudeuten, daß die beiden Theile, aus denen die Dämpfung zusammengesetzt war, sich im entgegengesetzten Sinne mit der Schwingungsdauer änderten. Diese Vermuthung bestätigte sich, als der Verfasser die Versuche im luftleeren Raume anstellte.

Es wurde dazu der Drehwage folgende Gestalt gegeben (s. Fig. 5 Taf. I).

Die Röhre trug oben eine ringförmige Messingplatte; die obere Deckplatte war ebenfalls aus Messing, und beide Platten waren auf einander abgeschliffen. Die Deckplatte war durchbohrt und trug eine Stopfbüchse, in welcher eine 9^{mm} dicke Stange aus Messing vertical verschiebbar war. An dem untern Ende dieser Stange befand sich die Vorrichtung zur Befestigung des oberen Fadenendes. Das Gefäß der Wage war ein cylindrisches Glasgefäß (220^{mm} hoch; lichter Durchmesser 130^{mm}) mit abgeschliffenem Rand; der Deckel desselben eine auf diesem Rand abgeschliffene Messingplatte¹⁾. Von derselben führte ein T-förmiges Rohr einerseits zur Luftpumpe, anderseits zu einem Manometer; durch einen Metallhahn konnte der Apparat mit dem Manometer von der Luftpumpe abgeschlossen werden. Zur Beobachtung der Schwingungen war in das Glasgefäß nahe dem unteren Boden eine planparallele Glasplatte eingesetzt. Der Luftdruck konnte in diesem Apparat auf $\frac{1}{2}$ erniedrigt werden und änderte sich nicht merklich während eines Versuchs.

Mit diesem Apparat hat sich ergeben, daß im luftverdünnten Raum für alle Fäden die Dämpfung mit der Schwingungsdauer zunimmt. So ward beispielsweise erhalten²⁾:

- 1) Der Magnet befand sich in den Versuchen 150^{mm} unter der Messingplatte. Dieselbe hatte unter diesen Umständen keinen Einfluß auf das logarithmische Decrement der Schwingungen; denn dieses änderte sich nicht, wenn man unter den Boden des Gefäßes Kupferplatten schob, die nur 70^{mm} von dem Magneten entfernt waren. (Das Gefäß ist in der Figur durch ein Versehen viel zu flach gezeichnet, so daß der Magnet der Messingplatte zu nahe gerückt ist.)
- 2) Bei diesen Versuchen ward ein etwas schwererer Magnetstab angewandt, als bei den übrigen.

Kautschuckfaden $L=320\text{mm}$		Luftdruck = 1"		Metallfaden	
τ	ε	τ	ε	τ	ε
9",8	0,001 32	7",58	0,00051	8",18	0,000 38
4,65	0,000 81	4,36	0,000 38	4,98	0,000 32.

Es ist daraus zu schliessen, dass die Dämpfung durch den inneren Widerstand mit der Schwingungsdauer zunimmt, d. h. dass durch denselben bei gleicher Fadenlänge die langsameren Schwingungen stärker gedämpft werden, als die rascheren¹⁾. In Bezug auf dieses Ergebniss erinnert der Verfasser an die Ansicht, welche W. Weber²⁾ über diejenige Ursache der Abnahme der Schwingungsamplituden fester Körper aufgestellt hat, die in der Natur der festen Körper selbst begründet ist. W. Weber zeigt, dass das von ihm entdeckte Phänomen der elastischen Nachwirkung eine Verminderung der Schwingungsamplituden herbeiführen müsse. Es ist nun a priori wahrscheinlich, dass die Nachwirkung einen um so stärkeren Effect äussern müsse, je langsamer die Schwingungen geschehen; was mit des Verfassers Versuchen, nach welchen langsamere Torsionsschwingungen eines Fadens durch den inneren Widerstand stärker gedämpft werden, als raschere, im Einklang ist.

Nimmt man an, dass bei den Dimensionen des angewandten Apparates der Luftwiderstand durch die Evacuierung ziemlich vollständig eliminirt wird, so kann man aus zwei correspondirenden Beobachtungen im luftgefüllten und luftverdünnten Raum die Dämpfung durch den Luftwiderstand angenähert herleiten. In der folgenden Tabelle bedeutet $\alpha + \gamma$ die im luftgefüllten Raum, γ die im luftleeren Raum beobachtete Dämpfung. Die mit α bezeichnete Columnne enthält die Differenzen entsprechender Zahlen der beiden vorhergehenden Columnnen.

1) Die angewandte Methode, den Luftwiderstand zu eliminiren, ist zwar nach O. E. Meyer (Pogg. Ann. Bd. 128, S. 576 ff.) nicht streng, genügt aber, um den Sinn der Aenderung der gesuchten Grösse mit der Schwingungsdauer nachzuweisen.

2) Pogg. Ann. Bd. 34.

Metallfaden.

τ	$\alpha + \gamma$	γ	α
8",7	0,00092	0,00061	0,00031
5,9	0,00096	0,00054	0,00043
4,9	0,00098	0,00052	0,00046
3,7	0,00103	0,00050	0,00054.

Es nimmt danach die Dämpfung durch den Luftwiderstand mit wachsender Schwingungsdauer ab. Diefs ist in Uebereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen von Stokes ¹⁾, nach welchen in der That durch die innere Luftreibung schnellere Schwingungen fester Körper in der Luft stärker gedämpft werden, als langsamere; und bei so langsamen Schwingungen, wie sie in den beschriebenen Versuchen angewandt wurden, ist die innere Luftreibung die einzige Ursache des Luftwiderstandes.

Es ändern sich folglich die Dämpfung durch den Luftwiderstand und die Dämpfung durch den inneren Widerstand im entgegengesetzten Sinne mit der Schwingungsdauer und es erklären sich sonach die im luftgefüllten Raum erhaltenen Resultate dadurch, dafs bei den dünnen Metall-, Glas- und Seidenfäden die Aenderung der Dämpfung durch den Luftwiderstand die Aenderung der Dämpfung durch den inneren Widerstand überwog, während bei den stärker dämpfenden, dickeren Kautschuckfäden der umgekehrte Fall eintrat.

Es ist im Vorigen nur von der Abhängigkeit der von dem inneren Widerstand herrührenden Dämpfung von der Schwingungsdauer (bei constanter Fadenlänge) die Rede gewesen. Was die Abhängigkeit dieser Dämpfung von der Fadenlänge (bei constanter Schwingungsdauer) betrifft, so hat sich ergeben, dafs die Dämpfung mit abnehmender Länge der Fäden zunimmt; d. h. dafs bei gleicher Schwingungsdauer kürzere Fäden eine stärkere Dämpfung hervorbringen, als längere. So ward beispielsweise erhalten für Kautschuckfäden:

1) *Transact. of the Cambridge Philos. Society* t IX, part. II.

Luftverdünnter Raum

$\tau = 5'',9$		$\tau = 4''$	
L	ϵ	L	ϵ
^{mm} 310	0,000 86	^{mm} 310	0,000 71
160	0,00 199	160	0,00 154
85	0,00 295	85	0,00 214

Wenn man die Schwingungsversuche auf die Schallleitungsversuche anwenden will, so muß man die Annahme machen: daß die von dem innern Widerstand herrührende Dämpfung bei den tönenden Schwingungen fester Körper in demselben Sinne von der Schwingungsdauer und der Größe der schwingenden Abtheilungen abhängt, wie es sich für die langsamen Torsionsschwingungen herausgestellt hat.

Geht man von dieser Annahme aus, so kann die Ursache davon, daß die höheren Töne bei der Fortleitung durch feste Conductoren stärker gedämpft werden, als die tieferen, nicht darin liegen, daß bei den höheren Tönen die Schwingungen rascher geschehen; denn es werden nach den Schwingungsversuchen gerade die langsameren Schwingungen bei gleicher Wellenlänge durch den inneren Widerstand stärker gedämpft, als die rascheren. Die Ursache davon kann vielmehr nur darin liegen, daß bei den höheren Tönen kleinere schwingende Abtheilungen (Wellenlängen) gebildet werden; nach den Schwingungsversuchen nämlich wird in kürzeren Wellen (bei gleicher Schwingungsdauer) eine größere dämpfende Kraft entwickelt, als in längeren¹⁾.

Wie bei einem und demselben Körper höhere Töne kleineren Wellenlängen entsprechen, so entspricht bei zwei verschiedenen Körpern die kleinere Schallgeschwindigkeit bei gleicher Tonhöhe kleineren Wellenlängen. Es muß danach von zwei verschiedenen Körpern bei gleichem specifischen inneren Widerstand und unter sonst gleichen Um-

1) Es kommt dazu, daß die zu bewegende Masse einer kleinern schwingenden Abtheilung kleiner ist, als die einer größern, so daß aus doppeitem Grunde das Verhältniß der dämpfenden Kraft zu der bewegten Masse, von welcher die Dämpfung abhängt, für die kürzeren Wellen einen größeren Werth hat, als für die längeren.

ständen die Dämpfung gleich hoher Töne gröfser seyn für den Körper mit der kleineren Schallgeschwindigkeit.

Bei den Schwingungsversuchen haben alle angewandten Fäden qualitativ gleiches Verhalten in Bezug auf die Dämpfung gezeigt; bei den Schallleitungsversuchen hat sich ein Unterschied in dem Verhalten der verschiedenen angewandten Leitungen in so weit ergeben, als nur bei einer beschränkten Anzahl (Kautschuckstab, schwach gespanntes Hanfseil, dünner Bleidraht) ein Unterschied in der Dämpfung für die höheren und tieferen Töne hervortrat. Dieses Verhalten könnte davon herrühren, dafs der specifische innere Widerstand für die Körper, aus denen die andern Leitungen gebildet waren, einen zu kleinen Werth hatte. Es ist aber wahrscheinlich nur darin begründet, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen bei den anderen Leitungen eine zu grofse war. Es mufs nämlich mit wachsender Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in den Schallleitungsversuchen der Unterschied in der Intensität des Schalles an den beiden Enden des Leiters aus doppeltem Grunde abnehmen: erstens nach dem oben Gesagten deshalb, weil mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Wellenlängen wachsen, zweitens deshalb, weil mit wachsender Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei gleicher Länge der Schall leitenden Strecke die Wirkungszeit der dämpfenden Einflüsse abnimmt.

III. *Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Röhren; von Dr. Adolf Seebeck.*

Kundt hat bei seinen Versuchen über die Schallgeschwindigkeit der Gase gefunden, dafs dieselbe in Röhren eine wesentliche Veränderung erleidet und seine Versuche bereits in dem Bericht der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 19. December 1867 mitgetheilt.

Schon ein Jahr früher hatte ich — allerdings zu einem andern Zweck — auf Veranlassung des Hrn. Prof. Quincke Versuche angestellt, welche qualitativ dasselbe Resultat ga-

ben, daß nämlich die Schallgeschwindigkeit in Röhren geringer ist, als im freien Raume, und daß sie mit dem Querschnitt der Röhren abnimmt.

Leider fehlte es mir damals zur weiteren Ausführung dieser Arbeit an Zeit, und auch, als der erwähnte Aufsatz von Kundt erschien, dessen Angaben mit dem, was ich gefunden hatte, so gut übereinstimmten, war es mir nicht möglich, meine Versuche wieder aufzunehmen, sondern erst im vorigen Winter und Frühjahr konnte ich dieser Arbeit einige Mufestunden widmen.

Die Vermuthung, welche Kundt a. a. O. und auch später in der ausführlichen Beschreibung seiner Versuche ¹⁾ ausspricht, daß nämlich die Abnahme der Schallgeschwindigkeit durch Wärmeabgabe an die Röhrenwände bedingt sey, hat inzwischen Kirchhoff ²⁾ einer theoretischen Untersuchung unterworfen, bei welcher er für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles die Formel findet:

$$a\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi \cdot n}}\right),$$

wo

- a* die Schallgeschwindigkeit im freien Raume,
- r* den Radius des Röhrenquerschnitts,
- n* die Schwingungszahl des betreffenden Tones und
- γ eine von der Wärmeleitung und Reibung abhängige Constante bedeutet.

Diese Formel stimmt mit der überein, welche früher von Helmholtz ³⁾ unter Berücksichtigung der Reibung abgeleitet worden ist, nur daß dort statt der Constanten γ eine andere *k* steht, welche die Reibungsconstante der Luft bedeutet.

Inzwischen ist ferner die umfangreiche Arbeit von Regnault über die Schallgeschwindigkeit in Röhren ⁴⁾ erschienen. Er hat ebenfalls gefunden, daß dieselbe in engeren

1) Pogg. Ann. Bd. 135, S. 337 und 527.

2) Ebd. Bd. 134, S. 177.

3) Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg, Bd. III, S. 16 (27. Febr. 1863).

4) *Mém. de l'Académie des sciences de l'institut impérial de France* T. XXXVII, première partie.

Röhren geringer ist, als in weiten. Seine Versuche beschäftigen sich indessen theils mit starken durch Pulverexplosionen erzeugten Erschütterungen, theils mit musikalischen Klängen, die als eine Summe einfacher Töne anzusehen sind. So wichtig daher die Resultate der Regnault'schen Untersuchungen sind, so behandeln sie doch meist theoretisch ziemlich complicirte Phänomene und können daher nicht zur Prüfung der Kirchhoff'schen resp. Helmholtz'schen Formel benutzt werden, — Formeln, welche erstens einfache Töne voraussetzen, und weiter, daß der Querschnitt der betreffenden Röhre gleichmäÙig bewegt wird. — In wie weit meine Versuche diesen Voraussetzungen entsprechen, wird aus der Beschreibung derselben zu ersehen seyn.

Den größten Theil derselben hatte ich bereits vollendet, als in diesen Annalen (Bd. 136, S. 296) ein Aufsatz von Hrn. Schneebeli erschien, welcher, durch Hrn. Kundt veranlaßt, dieselbe Frage mit der im Wesentlichen gleichen Methode untersucht hat.

Da indessen die Versuche des Hrn. Schneebeli, wenn auch vielleicht in einiger Beziehung mannigfaltiger, doch für die einzelnen Fälle nicht so genau und zahlreich zu seyn scheinen, auch jenen einfachen theoretischen Voraussetzungen nicht so vollkommen entsprechen, wie die meinigen, da mir ferner die Schlüsse, welche Hr. Schneebeli daraus zieht, nicht immer ganz scharf zu seyn scheinen, und da meine Resultate zum Theil andere sind; so halte ich die Veröffentlichung meiner Beobachtungen nicht für unangemessen.

Bevor ich indessen zu der Beschreibung derselben übergehe, fühle ich mich gedrungen, Hrn. Prof. Quincke den wärmsten Dank auszusprechen für die mannigfache Unterstützung, welche er mir bei dieser meiner Arbeit hat zu Theil werden lassen.

Die Messungen wurden mit einem Quincke'schen Interferenzrohr angestellt, wie solche in diesen Ann. Bd. 128, S. 190, Tab. VI Fig. 6 beschrieben sind; nur war die Gestalt meiner Röhren etwas anders und so, wie es in Fig. 6 Taf. I angedeutet ist.

Wird hier bei *A* ein Ton erregt, so wird derselbe an dem Stempel *s* bei *B* reflectirt werden, die directe und reflectirte Welle werden einen stehenden Wellenzug bilden, dessen Bäuche um ungerade Vielfache der Viertelwellenlänge des Tones $\left((2n-1)\frac{\lambda}{4}\right)$ und dessen Knoten um gerade Vielfache derselben $\left(2n\frac{\lambda}{4}\right)$ von dem Stempel entfernt sind.

Wird also der Stempel so eingestellt, daß die Strecke *BC* $(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ beträgt, so wird das Ohr, welches mit der bei *C* abgezweigten Röhre *CD* durch einen Kautschuckschlauch verbunden ist, ein Minimum der Tonstärke empfinden. Denn in diesem Falle liegt bei *C* ein Wellenbauch, d. h. es findet hier ein Maximum der Bewegung, aber ein Minimum der Dichtigkeits- oder Druckänderung statt; von der Druckänderung aber muß die Bewegung des Trommelfelles abhängen, da dasselbe nur von einer Seite frei ist.

Ein solches Interferenzrohr giebt demnach ein Mittel in die Hand, durch Beobachtungen mit dem Ohr die Wellenlängen verschiedener Töne in verschiedenen Röhren zu bestimmen. Denn man braucht nur die Entfernung des Stempels von dem Zweigrohr (in Fig. 6 Taf. I, die Strecke *BC*) zu messen, nachdem man den Stempel so eingestellt hat, daß die Tonstärke ein Minimum ist, so hat man damit die Viertelwellenlänge $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ des Tones gefunden.

Ist aber die Viertelwellenlänge des betreffenden Tones bestimmt, so kann man daraus die Schallgeschwindigkeit (*v*) berechnen, wenn man nur die Schwingungszahl (*n*) des angewandten Tones kennt, denn es ist:

$$v = n \cdot \lambda.$$

Die angedeuteten Messungen lassen also eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Röhren, für verschiedene Töne zu und gewähren vor der von Kundt angewandten Methode ¹⁾ den Vortheil, daß kein Staub in den Röhren nöthig ist und daß man reine, nahezu einfache Töne

1) Pogg. Ann. Bd. 135, S. 337 und S. 527.

anwenden kann, welche die Kundt'sche Methode, die sich longitudinal tönender Stäbe bedienen muß, ausschließt.

Die Methode besitzt außerdem, wie aus den unten mitgetheilten Versuchen hervorgeht, eine genügende Genauigkeit. Indessen läßt sich nicht läugnen, daß bei der Berechnung der Schallgeschwindigkeit aus den Viertelwellenlängen sich alle etwaigen Beobachtungsfehler durch die Multiplication mit der Schwingungszahl des Tones bedeutend vergrößern, — ein Mangel übrigens, mit dem alle indirecten Methoden behaftet sind.

Es kam mir daher vor Allem darauf an, die Einstellungen so genau, als möglich zu machen und eine so bedeutende Zahl von Versuchen anzustellen, daß das aus ihnen gezogene Mittel mit großer Wahrscheinlichkeit als richtig angesehen werden kann. Durch längere Uebung schärfte sich denn auch mein Ohr für die Einstellungen so weit, daß — besonders für die nicht zu tiefen Töne — die Einstellungen nur zwischen 1 bis 3 Millimetern schwankten und die Mittelwerthe aus verschiedenen Beobachtungsreihen nur sehr kleine Differenzen zeigten, welche — bei den Versuchen mit einfachen Glasröhren wenigstens — den Werth von 1 Millimeter kaum erreichten.

Hr. Schneebeli — auf dessen Arbeit ich hier noch einmal zurückkommen muß — hat seine Messungen derart angestellt, daß er ein Quincke'sches Interferenzrohr anwandte, wie es a. a. O. Tab. VI Fig. 6 angedeutet ist, und an dasselbe verschiedene Röhren ansetzte, in denen er mit einem Stempel immer zwei Einstellungen machte, von denen die eine der Entfernung $\frac{\lambda}{4}$, die andere der Entfernung $3\frac{\lambda}{4}$ des Stempels von der Zweigstelle entsprach. Die Differenz beider Einstellungen giebt dann $\frac{\lambda}{2}$.

Diese Methode gewährt den Vortheil, daß die Zweigstelle selbst weiter gar nicht in Betracht kommt, daß also alle etwaigen Fehler, die von der Gestalt derselben herrühren könnten und ebenso ein etwaiger störender Einfluß, den die Reflexion an dem Stempel veranlassen könnte, eliminiert

werden. Dieser Vortheil ist indessen illusorisch, da bei den Einstellungen für $3\frac{\lambda}{4}$ die Intensität der reflectirten Tonwelle bereits so geschwächt ist, daß die Einstellungen der erforderlichen Genauigkeit entbehren. Ich habe dieß einmal bei meinen eigenen Beobachtungen erfahren, dann aber beweisen es die Versuchsreihen, welche Hr. Schneebeli mittheilt; namentlich halte ich die Messungen, welche in einer mit Tuch ausgekleideten Röhre angestellt sind, für unzureichend und daher auch die daraus gezogenen Schlüsse für unberechtigt¹⁾.

- 1) Ich habe zu den Versuchsreihen, welche Hr. Schneebeli mittheilt, die mittleren Fehler berechnet. Die erste derselben, welche in einem Messingrohr von 41,5^{mm} Durchmesser mit der Gabel *ut₄* (d. i. *c₂*) angestellt wurde (Pogg. Ann. Bd. 136, S. 302), ergiebt für die Einstellungen auf $\frac{\lambda}{4}$ den mittleren Fehler 2,1^{mm}, für die auf $3\frac{\lambda}{4}$ 2,3^{mm}.

Das giebt für die aus $\frac{\lambda}{2}$ berechnete Schallgeschwindigkeit den mittleren Fehler 4,5^{met}. Hr. Schneebeli berechnet aus dieser Versuchsreihe die Schallgeschwindigkeit:

$$v_0 = 330,27^{\text{met}}$$

ein Werth, der sich um nicht viel mehr als 2^{met} von dem Werthe der Schallgeschwindigkeit im freien Raume unterscheidet, also etwa um die Hälfte jenes mittleren Fehlers.

Ist schon hier die Unsicherheit der Bestimmung ziemlich groß, so ist dieß in noch viel bedeutenderem Maasse bei der Versuchsreihe mit einer tuchgefüllten Röhre der Fall. Denn dort sind die Abweichungen bedeutend größer und der mittlere Fehler für den berechneten Werth der Schallgeschwindigkeit würde sich jedenfalls so groß herausstellen, daß die auffallende Erscheinung einer Abnahme derselben unter den Newton'schen Werth von 270^{met} mindestens als sehr zweifelhaft erscheinen würde. Eine Berechnung jenes mittleren Fehlers ist nach den gegebenen Zahlen nicht möglich, weil dieselben — wie es scheint mehrere — Druckfehler enthalten, so daß die angegebenen Mittelwerthe mit denen, welche sich aus den Zahlenreihen berechnen lassen, nicht übereinstimmen. Das Gleiche gilt übrigens auch von jener zuerst erwähnten Versuchsreihe, nur sind dort die Abweichungen unbedeutender und die berechneten Mittelfehler werden daher der Wirklichkeit sehr nahe kommen.

Auf Messungen in einer tuchgefüllten Röhre komme ich später noch zurück (s. w. u.).

Ich wandte daher Röhren an von der in Fig. 6 Taf. I gezeichneten Gestalt, bei welchen, wie sich zeigen wird, die Einstellungen auf $\frac{\lambda}{4}$ genügen, um diefs zu bestimmen.

Bei dieser Gestalt der Interferenzröhre hat man den Vortheil, daß beide Schallstrahlen, der directe und reflectirte, keine Umbiegung zu erleiden haben, wodurch sie möglicherweise beeinflusst werden könnten.

Das Ende des Kautschuckschlauches, welcher über das Zweigrohr *CD* geschoben war, steckte ich in das rechte Ohr, während das linke mit einem Spiegellackpfropfen verstopft wurde.

Als Tonquellen wandte ich Stimmgabeln an, die an einen auf Kautschuckröhren liegenden Klotz festgeschraubt waren und ziemlich dicht vor dem offenen Röhrenende bei *A* aufgestellt wurden, wie diefs in Fig. 6 Taf. I angedeutet ist. Sie wurden mit einem Hammer aus Kautschuck angeschlagen und ihre Zinken mußten dann so gegen die Oeffnung der Röhre stoßen, daß — wie es die theoretische Entwicklung von Kirchhoff¹⁾ verlangt — anzunehmen ist, daß die Lufttheilchen eines Querschnittes im Rohre gleichmäfsig parallel der Röhrenaxe bewegt wurden²⁾.

Bei weiteren Röhren allerdings, deren Durchmesser gröfser ist, als die Breite der Gabelzinken (circa 14^{mm}) wird nicht mehr der ganze Querschnitt des Rohres gleichmäfsig gestofsen, sondern nur der mittlere Theil desselben, und es ist diefs möglicher Weise von Einflufs auf die Schallbewe-

1) Pogg. Ann. Bd. 134, S. 177.

2) Befestigt man — wie diefs Hr. Schneebeli gethan — die Gabeln auf Resonanzkästen und verbindet diese durch Kautschuckschläuche mit den Interferenzröhren, so ist der Effect zwar ungefähr derselbe, wie ich aus früheren zahlreichen Versuchsreihen ersehen kann. Da aber die Bewegung der Luft in dem Resonanzkasten einer Stimmgabel nicht als überall gleichmäfsig anzusehen ist und jedenfalls nicht als eine solche, daß durch sie die Luft in dem Querschnitt der Röhre in jene einfache von der Theorie angenommene Bewegung versetzt würde, so habe ich bei meinen späteren, hier allein ausführlicher mitzutheilenden Versuchen immer jene zuvor beschriebene Art, die Gabeln aufzustellen, angewandt.

gung in dem Rohre, wie aus den später folgenden Tabellen zu ersehen ist.

Neben der Röhre war parallel zu derselben ein Millimetermaassstab aus Glas befestigt, an welchem die Einstellungen des Stempels abgelesen wurden. Der Stempel selbst war aus Kork und an einem Messingdraht beweglich.

Die Viertelwellenlänge wurde dann von der Mitte des engen 4 bis 5^{mm} inneren Durchmesser enthaltenden Zweigrohres *CD* an gerechnet; denn es ist anzunehmen, dass der Ton am schwächsten gehört wird, wenn gerade in der Mitte dieses Nebenrohres (in Fig. 6 Taf. I bei der Marke *c*) die Dichtigkeitsänderung ein Minimum ist, d. h. wenn hier ein Wellenbauch liegt.

Dass diese Annahme gerechtfertigt ist, und dass die so gemessenen Werthe von $\frac{\lambda}{4}$ mit denen übereinstimmen, welche man durch eine zweifache Einstellung auf $\frac{\lambda}{4}$ und $3\frac{\lambda}{4}$ erhält, davon habe ich mich durch eine Anzahl von Versuchen überzeugt, welche mit einer ziemlich hohen Gabel — nahezu b_2 — angestellt wurden. Bei ihr war eine Einstellung auf $3\frac{\lambda}{4}$ noch sehr gut möglich und fast ebenso genau, als auf $\frac{\lambda}{4}$. Die folgende Tabelle I zeigt, dass zwischen den nach der oben beschriebenen Methode direct angestellten Messungen von $\frac{\lambda}{4}$ und denen, welche aus zwei Einstellungen auf $\frac{\lambda}{4}$ und $3\frac{\lambda}{4}$ hervorgehen, ein irgendwie erheblicher Unterschied nicht besteht.

Tabelle I.

Versuche in einem Glasrohr, dessen innerer Durchmesser $2r = 9,0\text{mm}$,
mit einer Stimmgabel nahezu von der Höhe b_2 .

1.		2.		3.	
$\frac{\lambda}{4}$	$3 \frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$3 \frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$3 \frac{\lambda}{4}$
96 ^{mm}	285 ^{mm}	95 ^{mm}	284 ^{mm}	96 ^{mm}	284 ^{mm}
95	284	96	285	94	286
96	284	95	288	95	284
96	285	95	287	95	284
96	284	95	285	96	287
96	285	95	286	95	285
95	287	95	285	94	285
96	286	96	286	96	284
95	287	96	284	95	286
96	286	95	286	94	285
95,7 ^{mm}	285,4 ^{mm}	95,3 ^{mm}	285,6 ^{mm}	95,0 ^{mm}	285,0 ^{mm}
$3 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda'}{2}$		$3 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda'}{2}$		$3 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda'}{2}$	
$= 189,7\text{mm}$		$= 190,3\text{mm}$		$= 190,0\text{mm}$	
$\frac{\lambda'}{4} = 94,85\text{mm}$		$\frac{\lambda'}{4} = 95,15\text{mm}$		$\frac{\lambda'}{4} = 95,0\text{mm}$	
$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = +0,85\text{mm}$		$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = +0,15\text{mm}$		$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = 0$	

4.		5.	
$\frac{\lambda}{4}$	$3 \frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$3 \frac{\lambda}{4}$
95 ^{mm}	285 ^{mm}	96 ^{mm}	285 ^{mm}
96	286	95	286
96	287	95	287
95	286	95	284
95	284	96	287
95	286	95	286
96	286	95	284
95	288	95	286
95	288	96	287
95	285	94	286
95,3 ^{mm}	286,1 ^{mm}	95,2 ^{mm}	285,8 ^{mm}
$3 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda'}{2} = 190,8\text{mm}$		$3 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda'}{2} = 190,6\text{mm}$	
$\frac{\lambda'}{4} = 95,4\text{mm}$		$\frac{\lambda'}{4} = 95,3\text{mm}$	
$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = -0,1\text{mm}$		$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda'}{4} = -0,1\text{mm}$	

Die Versuche wurden nun so angestellt, daß immer eine Reihe von 10 Beobachtungen hintereinander folgte. Zu Anfang und zu Ende wurde an einem neben dem Interferenzrohr liegenden Thermometer die Temperatur abgelesen und nach der hieraus sich ergebenden Mitteltemperatur der Mittelwerth von $\frac{\lambda}{4}$ auf 0° reducirt nach der Formel:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_t}{\sqrt{1 + \alpha t}},$$

wo α den Ausdehnungscoefficienten der Luft und t die Temperatur in Graden der hunderttheiligen Skala bedeutet.

Um eine Reduction auf trockne Luft überflüssig zu machen — es wäre dazu ein Psychrometer und Barometer nöthig gewesen, und diese standen mir nicht zu Gebote — legte ich in die Röhre einige Zeit vor Beginn der Versuche etwas Chlorcalcium; dasselbe wurde während der Versuche herausgenommen, in der Nähe der Röhre hatte ich aber noch eine kleine Schale mit Chlorcalcium aufgestellt, damit die Luft möglichst ausgetrocknet würde. Ich glaube übrigens, daß die geringe Feuchtigkeitsmenge, welche etwa mitunter nach einer längeren Reihe von Versuchen sich hätte ansammeln können, ohne wesentlichen Einfluß auf dieselben geblieben ist; wenigstens war an den Einstellungen ein solcher Einfluß nicht zu bemerken.

Die angewandten Gabeln c_2 , g_1 , e_1 , c_1 sind von König in Paris angefertigt; es war daher nicht nöthig, ihre Schwingungszahlen (512, 384, 320, 256) noch besonders zu prüfen. Hr. Prof. Quincke hatte die Güte, mir dieselben zu leihen; ebenso verdanke ich ihm die Benutzung der vorher erwähnten Gabel von der ungefähren Höhe b_2 , welche dem physikalischen Cabinet der Königlichen Gewerbe-Academie zu Berlin angehört.

In den folgenden Tabellen (II bis V) sind nun immer nur die Mittelwerthe für $\frac{\lambda}{4}$ aus einer Reihe von 10 Beobachtungen angegeben; sie stehen in der Columne 1. Damit man die Genauigkeit der Versuche taxiren kann, ist immer

der mittlere Fehler einer solchen Beobachtungsreihe berechnet worden und in Columnne 2 beigelegt. Columnne 3 enthält die zugehörige mittlere Temperatur in Graden der hunderttheiligen Scala. Columnne 4 endlich enthält den aus den Versuchen berechneten und auf 0° reducirten Werth v der Schallgeschwindigkeit.

Tabelle II.

Versuche mit der Gabel c_2 ($n = 512$) in Glasröhren von verschiedenem Durchmesser ($2r$)

a) $2r = 3,4\text{mm}$

1. Mittel aus 10 Beobachtungen für: $\frac{\lambda}{4}$	2. Zugehöriger mittlerer Fehler	3. Zugehörige mittlere Temperatur	4. Aus den Versuchen berechneter und auf 0° reducirter Werth der Schallgeschwin- digkeit (v)
163,3 ^{met}	1,27mm	19°,95	322,9 ^{met}
163,4	1,29	20°,05	323,0
163,5	1,03	20°,25	323,2
163,6	1,20	20°,40	323,2
163,3	1,42	20°,50	322,6

Mittel: 322,98^{met}

b) $2r = 9,0\text{mm}$

165,6mm	0,49mm	18°,40	328,3 ^{met}
165,8	0,60	18°,45	328,6
165,7	0,61	18°,65	328,3
165,8	0,40	18°,70	328,5
165,8	0,60	18°,65	328,5

Mittel: 328,44^{met}

c) $2r = 17,5\text{mm}$

168,0mm	0,50mm	22°,30	330,8 ^{met}
168,0	0,50	22°,25	330,9
168,0	0,50	22°,00	331,0
168,0	0,67	22°,00	331,0
168,0	0,50	22°,15	330,9

Mittel: 330,92^{met}

d) $2r = 29,0\text{mm}$

165,2mm	0,60mm	20°,95	326,1 ^{met}
165,2	0,40	20°,95	326,1
165,2	0,40	20°,95	326,1
165,2	0,40	20°,95	326,1
165,2	0,40	20°,95	326,1

Mittel: 326,10^{met}

Tabelle III.

Versuche mit der *Gabel* g_1 ($n = 384$) in Glasröhren von verschiedenem Durchmesser ($2r$)

a) $2r = 3,4\text{mm}$

Mittel aus 10 Beobachtungen für $\frac{\lambda}{4}$	Zugehöriger mittlerer <i>Fehler</i>	Zugehörige mittlere <i>Temperatur</i>	Aus den Versuchen berechneter und auf 0° reducirter Werth der <i>Schallgeschwin- digkeit</i> (v)
216,5 ^{mm}	1,42 ^{mm}	23°,45	319,1 ^{met}
216,4	1,30	23°,25	319,1
216,0	1,36	23°,05	318,6
216,5	1,14	22°,95	319,5
216,0	1,12	22°,80	318,7
215,5	1,35	21°,45	318,7
215,5	1,27	21°,75	318,6
215,9	1,36	22°,00	319,0
216,1	1,63	22°,75	318,9
216,1	0,67	22°,85	318,9
215,9	1,12	22°,65	318,7
215,7	1,40	22°,50	318,5

Mittel: 318,86^{met}

b) $2r = 9,0\text{mm}$

221,3 ^{mm}	0,61 ^{mm}	20°,30	327,9 ^{met}
221,1	0,54	20°,50	327,6
221,2	0,75	20°,75	327,6
221,2	0,87	20°,80	327,5
221,5	0,81	21°,15	327,8

Mittel: 327,68^{met}

c) $2r = 17,5\text{mm}$

223,0 ^{mm}	0,67 ^{mm}	21°,25	329,9 ^{met}
223,0	0,50	21°,35	329,9
223,0	0,50	21°,50	329,8
223,2	0,61	21°,60	330,0
223,0	0,50	21°,65	329,7

Mittel: 329,86^{met}

d) $2r = 29,0\text{mm}$

220,5 ^{mm}	0,50 ^{mm}	20°,00	326,9 ^{met}
220,3	0,61	20°,20	326,5
220,5	0,81	20°,20	326,8
220,3	0,61	20°,05	326,6
220,5	0,81	20°,20	326,8

Mittel: 326,72^{met}

Tabelle IV.

Versuche mit der *Gabel e*, ($u = 320$) in Glasröhren von verschiedenem Durchmesser ($2r$)

a) $2r = 3,4\text{mm}$

Mittel aus 10 Beobachtungen für $\frac{\lambda}{4}$	Zugehöriger mittlerer <i>Fehler</i>	Zugehörige mittlere <i>Temperatur</i>	Aus den Beobachtungen berechneter und auf 0° reducirter Werth der <i>Schall- geschwindigkeit</i> (v)
257,5mm	1,69mm	21°,70	317,2 ^{met}
257,6	1,50	21 ,90	317,3
258,0	1,42	22 ,05	317,7
256,8	1,54	20 ,05	317,3
256,4	1,80	20 ,10	316,8

Mittel: 317,26^{met} 1)

b) $2r = 9,0\text{mm}$

264,7mm	1,34mm	19°,60	327,2 ^{met}
265,0	0,90	19 ,70	327,6
264,4	1,50	19 ,75	326,8
265,0	1,00	19 ,75	327,6
264,3	1,01	19 ,70	326,7
264,7	1,06	19 ,70	327,2

Mittel: 327,22^{met} 1)

c) $2r = 17,5\text{mm}$

267,4mm	0,70mm	22°,10	329,2 ^{met}
267,4	0,54	22 ,30	329,1
267,6	0,70	22 ,50	329,3
267,7	0,40	22 ,65	329,3
267,8	0,46	22 ,80	329,3

Mittel: 329,24^{met}

d) $2r = 29,0\text{mm}$

263,3mm	0,46mm	19°,70	325,5 ^{met}
263,4	0,88	19 ,85	325,5
263,3	0,90	20 ,00	325,3
263,2	0,60	20 ,00	325,2
263,3	0,46	20 ,00	325,3

Mittel: 325,36^{met}

- 1) Bei den Differenzen, welche die einzelnen Werthe von v untereinander zeigen, ist die Zahl dieser Versuchsreihen wohl zu gering, um den Mittelwerth für vollkommen zuverlässig zu halten. Ich hatte die Absicht, diese Versuche zu wiederholen, zumal da sie zu einer Zeit angestellt wurden, in der ich noch weniger Uebung im Hören besaß. Meine Ohren fingen aber in der letzten Zeit an, so empfindlich zu werden, daß ich davon abstehe mußte.

Tabelle V.

Versuche mit der *Gabel* c_1 ($n = 256$) in Glasröhren von verschiedenem Durchmesser ($2r$)

a) $2r = 9,0\text{mm}$ 1)

Mittel aus 10 Beobachtungen für $\frac{\lambda}{4}$	Zugehöriger mittlerer Fehler	Zugehörige mittlere Temperatur	Aus den Versuchen berechneter und auf 0° reducirter Werth der Schallge- schwindigkeit (v)
329,6 ^{mm}	1,02 ^{mm}	21°,05	325,2 ^{met}
330,5	1,43	21°,25	326,0
330,1	1,14	21°,15	325,7
329,8	1,17	20°,80	325,6
329,7	1,01	20°,80	325,5
329,9	0,95	20°,75	325,8

Mittel: 325,63^{met} 2)

b) $2r = 17,5\text{mm}$

332,5 ^{mm}	0,45 ^{mm}	21°,45	327,9 ^{met}
332,6	0,54	21°,70	327,8
333,0	1,03	22°,45	327,8
333,2	0,90	22°,80	327,8
333,4	0,54	23°,10	327,8

Mittel: 327,82^{met}

c) $2r = 29,0\text{mm}$

330,4 ^{mm}	1,02 ^{mm}	23°,40	324,7 ^{met}
330,4	0,80	23°,70	324,6
330,6	0,80	23°,85	324,7
330,4	0,80	24°,00	324,4
330,4	0,92	24°,15	324,3

Mittel: 324,54^{met}

Es ergibt sich hieraus folgende Tabelle VI für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschieden hoher Töne in Glasröhren von verschieden großem Querschnitt und Tabelle VII für den Verlust, den die Schallgeschwindigkeit unter den betreffenden Umständen erleidet, wobei die Schall-

1) In der Röhre, deren Durchmesser 3,4^{mm} beträgt, waren die Einstellungen für den Ton c_1 so unsicher, daß ich davon abstehen mußte, jene Versuche weiter fortzusetzen und hier zu berücksichtigen.

2) S. die Bemerkung zu Tab. IV, a) und b).

geschwindigkeit im freien Raume nach den Versuchen von Moll und van Beek und der Berechnung derselben von Schröder van der Kolk ¹⁾ gleich:

$$332,77^{\text{met}}$$

gesetzt ist.

Tabelle VI.

Werthe der *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* (v) verschieden hoher Töne in Glasröhren von verschieden großem Querschnitt.

Innerer Durchmesser der Röhre $2r$	Gabel c_1 $n = 256$	Gabel e_1 $n = 320$	Gabel g_1 $n = 384$	Gabel c_2 $n = 512$
3,4 ^{mm}	—	(317,26 ^{met})	318,86 ^{met}	322,98 ^{met}
9,0	(325,63 ^{met})	(327,22)	327,68	328,44
17,5	327,82	329,24	329,86	330,92
29,0	324,54	325,36	326,72	326,10

Anmerkung. Die eingeklammerten Zahlen besitzen aus den in der Bemerkung zu Tabelle IV, a) und b) angeführten Gründen nicht dieselbe Sicherheit, wie die anderen. Auch in den späteren Tabellen werden die entsprechenden Zahlen eingeklammert werden.

Tabelle VII.

Werthe des Verlustes an Schallgeschwindigkeit:

$$a - v$$

wobei $a = 332,77^{\text{met}}$ gesetzt ist.

Innerer Durchmesser der Röhre $2r$	Gabel c_1 $n = 256$	Gabel e_1 $n = 320$	Gabel g_1 $n = 384$	Gabel c_2 $n = 512$
3,4 ^{mm}	—	(15,51 ^{met})	13,91 ^{met}	9,79 ^{met}
9,0	(7,14 ^{met})	(5,55)	5,09	4,33
17,5	4,95	3,53	2,91	1,85
29,0	8,23	7,41	6,05	6,67

Zunächst ist hieraus ersichtlich, daß die Schallgeschwindigkeit allerdings mit abnehmendem Durchmesser der Röhre geringer wird, aber nur, wenn man es mit ziemlich engen Röhren zu thun hat. Denn in der Röhre, deren Durch-

1) Pogg. Ann. Bd. 124, S. 453 bis 470.

messer $29,0^{\text{mm}}$ beträgt, ist die Schallgeschwindigkeit noch bedeutend geringer, als in der mit dem Durchmesser von $17,5^{\text{mm}}$, ja sogar geringer, als in der mit dem Durchmesser von $9,0^{\text{mm}}$. In den Versuchen mit jener Röhre sind aber auch die Voraussetzungen nicht erfüllt, welche die Theorie macht; denn bei ihnen wurde nicht der ganze Querschnitt der Röhre gleichmäÙig in Bewegung gesetzt, da die Gabelzinken nicht die Breite dieses Querschnitts besitzen.

Ob dies der eigentliche Grund ist, weshalb der Werth der Schallgeschwindigkeit in dieser Röhre sich als so auffallend klein ergibt; ob nicht vielmehr die Schallbewegung in einer weiten Röhre überhaupt eine derartige ist, daÙ die hier angewandte Messung derselben durch die Viertelwellenlängen gar nicht mehr statthaft ist: darüber läÙt sich nach den obigen Versuchen nichts entscheiden. Auch andere Versuche in einem etwa eben so weiten Rohr, bei welchem sich in das Zweigrohr ein anderes enges Röhrchen beliebig tief einschieben lieÙ, so daÙ seine Oeffnung an verschiedene Stellen des Querschnitts der Hauptröhre gebracht werden konnte, — auch diese Versuche haben kein Resultat ergeben, welches Aufschluss über jene Frage gewähren könnte. Es würde hierzu wohl auch noch eine gröÙere Genauigkeit der Beobachtung erforderlich seyn, als sie die hier benutzte Methode gewährt.

DaÙ es bei engeren Röhren nicht wesentlich darauf ankommt, daÙ der ganze Querschnitt derselben direct von den Gabelzinken in Bewegung versetzt wird, davon habe ich mich überzeugt. Ich klebte zu diesem Zwecke in die Oeffnung der Röhre mit dem Durchmesser von $9,0^{\text{mm}}$ zwei Korkstückchen, so daÙ dadurch diese Oeffnung eine Gestalt bekam, wie sie Fig. 7 Taf. I zeigt, also statt einer Kreisfläche nur ein Streifen derselben ($abcd$) von 3^{mm} Breite war. Eine solche Gestalt der Oeffnung muÙ — wenigstens nahezu — dieselbe Wirkung haben, als wenn die Gabelzinke nicht die volle Breite der Röhrenöffnung besitzt. Zwei Beobachtungsreihen mit der Gabel c_2 , in der früher

beschriebenen Weise angestellt, geben beide für die Schallgeschwindigkeit:

$$328,4^{\text{met}}$$

und bei ganz offner Röhre ergab sich (s. Tab. II, *b*) als Mittelwerth:

$$328,4^{\text{met}}.$$

Jene Gestalt der Oeffnung ist also bei dieser Röhre ohne Einfluß.

Welches nun der Grund jener abweichenden Erscheinung bei den weiten Röhren auch seyn mag, — jedenfalls lassen jene Zahlen einen weiteren Vergleich mit denen für die engeren Röhren nicht zu, und ich begnüge mich daher damit, zu prüfen, ob für *enge* Röhren die Kirchhoff'sche Formel Gültigkeit besitzt.

Nach dieser Formel ist der Verlust, den die Schallgeschwindigkeit in Röhren erleidet:

$$a - v = a \cdot \frac{\gamma}{2r \cdot V \pi \cdot n},$$

also umgekehrt proportional dem Durchmesser der Röhre und der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl. Es müßte demnach für dieselbe Tonhöhe das Product:

$$(a - v) \cdot 2r$$

constant seyn, oder:

$$a - v_2 = \frac{2r_1}{2r_2} (a - v_1),$$

wo die Indices 1 und 2 zwei verschiedenen Röhren entsprechen.

Berechnet man nach dieser Formel die Werthe von $a - v$ für die weiteren Röhren aus dem für die engste Röhre, so ergibt sich folgende Tabelle VIII:

Tabelle VIII.

a) Ton c_2

1.	2.	3.	4.	5.
innerer Durch- messer der Röhre $2r$	<i>Berechneter</i> Werth von $a - v$	<i>Beobachteter</i> Werth von $a - v$	<i>Unterschied</i> des berechneten und beobachte- ten Werthes von $a - v$	Entsprechender <i>Unterschied</i> des berechneten und beobachteten Werthes von $\frac{\lambda}{4}$
3,4mm	9,79met	9,79met		
9,0	3,70	4,33	-0,63met	0,31mm
17,5	1,90	1,85	+0,05	0,02

b) Ton g_1

3,4mm	13,91met	13,91met		
9,0	5,25	5,09	+0,16met	0,10mm
17,5	2,70	2,91	-0,21	0,14

c) Ton e_1

3,4mm	15,51met	15,51met		
9,0	5,06	1,35	0,31met	0,24mm
17,5	3,01	3,53	-0,52	0,41mm

d) Ton c_1

9,0mm	7,14met	7,14met		
17,5	3,67	4,95	-1,28met	1,25mm

Diese Tabelle zeigt, dass jene Forderung erfüllt ist, denn die Abweichungen liegen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Anders verhält es sich mit der zweiten Forderung, welche die Kirchhoff'sche Formel stellt, dass nämlich jener Verlust auch umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl der betreffenden Töne sein soll. Danach müsste das Produkt

$$(a - v) \sqrt{n}$$

für eine bestimmte Röhre constant seyn; es müssten also in der folgenden Tabelle IX, welche die Werthe von $(a - v) \sqrt{n}$ enthält, die Zahlen einer Horizontalreihe dieselben seyn.

Tabelle IX.

Werthe des *Productes* $(a - v)/n$ für verschieden hohe Töne und verschieden weite Röhren.

Innere Durchmesser der Röhre $2r$	e_1 $n = 256$	e_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	e_2 $n = 512$
3,4 ^{mm}	—	(277,5)	272,6	221,5
9,0	(114,2)	(99,3)	99,7	98,0
17,5	79,2	63,1	57,0	41,9

Man ersieht, daß hier das Experiment keine Uebereinstimmung mit der Theorie giebt. Denn die obigen Zahlen werden offenbar kleiner mit wachsender Schwingungszahl. Nur der Werth 99,3, welcher der Gabel e_1 und dem Röhren durchmesser 9,0^{mm} entspricht, weicht hiervon ab, indem er etwas kleiner ist, als 99,7, welches der Gabel g_1 in demselben Rohre entspricht. Es ist aber schon oben gesagt, daß die Versuche mit e_1 in dieser Röhre nicht vollkommen sicher sind, so daß diese Abweichung wohl auf einen Beobachtungsfehler zurückzuführen ist.

Ich habe natürlich zu ermitteln versucht, in welcher Weise nach meinen Beobachtungen die Schallgeschwindigkeit von der Tonhöhe abhängt. Es scheint, als ob der Verlust $a - v$ umgekehrt proportional der $\frac{3}{2}$ ten Potenz der Schwingungszahlen wäre, wonach für dieselbe Röhre das Produkt

$$(a - v) n^{\frac{3}{2}}$$

constant seyn müßte.

In der folgenden Tabelle X, welche die Werthe $\frac{(a - v) n^{\frac{3}{2}}}{100}$ in runder Summe enthält, weichen davon nur die Zahlen ab, welche den Tönen c_1 und e_1 und den Röhrendurchmessern 9,0^{mm} und 3,4^{mm} entsprechen, also die Zahlen, die — wie schon mehrfach erwähnt — keine genügende Genauigkeit besitzen.

Tabelle X.

Werthe von $\frac{(a-v)n^3}{100}$

Innerer Durchmesser der Röhre $2r$	e_1 $n = 256$	e_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	e_2 $n = 512$
3,4 ^{mm}	—	(888)	1047	1134
9,0	(292)	(318)	383	398
17,5	203	202	219	214

Mag nun die oben ausgesprochene Vermuthung richtig seyn, oder nicht, — jedenfalls ist aus Tabelle VI ersichtlich, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der tieferen Töne eine geringere ist, als die der höheren. Dieses Resultat steht in Widerspruch mit einigen Versuchen von Regnault¹⁾, welcher findet, daß die tiefen Töne sich schneller fortpflanzen, als die hohen. Er ließ nämlich am einen Ende einer Röhrenleitung eine Trompete blasen und hörte am anderen Ende mit Hülfe von Resonatoren, die alle in das Ohr geleitet wurden, zuerst den Grundton, dann die Octave, dann die Duodecime usw. die höheren Obertöne. Er fügt indessen a. a. O. selbst hinzu: »*Mais ce fait peut provenir uniquement de ce que le tympan de l'oreille se mettrait plus vite à vibrer à l'unisson avec les notes graves qu'avec les notes aiguës.*»

Hr. Prof. Quincke vermuthet, daß hierbei die Rauigkeit der Röhrenwände eine bedeutende Rolle spielt. Dieselbe muß nämlich die Töne von größerer Wellenlänge bei der Reflexion weniger schwächen, als die von kleinerer Wellenlänge, d. h. die tiefen Töne erfahren bei dem Durchgang durch die Röhrenleitung einen geringeren Intensitätsverlust, als die höheren (vergl. hierüber Fresnel in Pogg. Ann. Bd. 12, S. 210). Nun findet aber Regnault, daß mit der Intensität auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit abnimmt; daher werden die tiefen Töne eher gehört, als die hohen.

1) *Mém. de l'Académie des sciences de l'institut impérial de France*
T. XXXVII, première partie, pag. 433 bis 435.

Will man diese Erklärung nicht zulassen, so würde jedenfalls die Fehlerquelle, auf welche Hr. Regnault selbst aufmerksam macht, in meinen Versuchen wegfallen, und ich glaube daher die Frage, ob die tieferen oder höheren Töne sich in Röhren schneller fortpflanzen, zu Gunsten der letzteren entschieden zu haben.

Es leuchtet ein, daß dieses Resultat für die Theorie der Blasinstrumente von Wichtigkeit werden kann; denn es können danach die Obertöne einer schwingenden Luftsäule nicht den harmonischen Obertönen des Grundtones vollkommen entsprechen.

Der Werth der GröÙe γ , die in der Kirchhoff'schen Formel vorkommt, ergibt sich aus den vorstehenden Versuchen zwischen 3,90 und 7,38, d. i. etwa halb so groß, wie die von Hrn. Schneebeli (a. a. O. S. 306, Tab. II) angeführten Zahlen.

Daß die Beschaffenheit der Röhrenwand von Einfluß auf die Schallgeschwindigkeit ist, geht aus Beobachtungen hervor, welche in dem Rohre mit dem inneren Durchmesser von 17,5^{mm} angestellt worden sind, nachdem dasselbe mit Kupfer ausgekleidet worden war. Es wurde ein Streifen dünnen Bleches eingeschoben; derselbe legte sich ziemlich genau an die innere Fläche der Röhre an, wurde aber nur so breit genommen, daß ein schmaler Streif dieser Fläche (etwa 6^{mm} breit) unbekleidet blieb; es geschah dies, damit die Stellung des Stempels sichtbar wurde. An der Stelle, wo das Seitenrohr sich abzweigte, war das Kupferblech noch etwas mehr ausgeschnitten, so daß die Oeffnung dieser Röhre ganz frei war. Der innere Durchmesser der Interferenzröhre war jetzt natürlich etwas kleiner, als zuvor und betrug etwa 16 bis 17^{mm}; eine genaue Messung desselben war nicht möglich, da sich das Blech nicht so vollkommen an die Glaswand anlegte.

Die Einstellungen waren in dieser Röhre unsicherer, als in den Glasröhren, wie dies auch aus den unten mitgetheilten mittleren Fehlern zu ersehen ist. Es wurden daher nur mit den höheren Gabeln c_2 , g_1 , e_1 Versuche angestellt. Diese

gaben die in der folgenden Tabelle XI mitgetheilten Resultate. Die Anordnung der Tabelle ist genau so, wie die in Tab. II bis V..

Tabelle XI.

Versuche mit den Gabeln c_2 , g_1 , e_1 in einer mit Kupferblech ausgekleideten Röhre.

(Innerer Durchmesser $2r = 16 - 17\text{mm.}$)

a) Gabel c_2

1. Mittel aus 10 Beobachtungen für $\frac{\lambda}{4}$	2. Zugehöriger mittlerer Fehler	3. Zugehörige mittlere Temperatur	4. Aus den Versuchen berechneter und auf 0° reducirter Werth der Schallge- schwindigkeit (v)
166,7 ^{mm}	1,41 ^{mm}	23°,95	327,4 ^{met}
166,7	0,85	24 ,30	327,2
167,5	0,93	20 ,15	331,1
166,3	0,90	20 ,30	328,6
166,6	0,92	20 ,45	329,1
166,6	0,67	20 ,55	329,1
167,1	1,05	20 ,55	330,0
166,9	0,95	20 ,75	329,5
166,8	0,98	20 ,90	329,3
166,2	1,25	21 ,00	328,0
166,5	0,68	21 ,00	328,6
166,8	0,75	21 ,20	329,1

Mittel: 328,92^{met}

also $a - v = 3,85\text{met}$

b) Gabel g_1

221,2 ^{mm}	1,08 ^{mm}	19°,55	328,2 ^{met}
221,1	1,30	20 ,30	327,7
221,6	1,43	20 ,95	328,0
221,9	0,84	22 ,00	327,9
221,3	0,79	19 ,75	328,3
221,3	1,42	20 ,05	328,1
222,2	0,98	21 ,20	328,8
221,7	1,27	21 ,50	327,9

Mittel: 328,11^{met}

also $a - v = 4,66\text{met}$

Anmerkung. Diese Beobachtungen wurden erst später angestellt, als die mit den Gabeln c_2 und e_1 ; es ist daher wohl möglich, daß bei ihnen die Oberfläche des Kupfers sich schon oxydirt hatte und daß dadurch der Werth der Schallgeschwindigkeit einigermaßen modificirt worden ist.

r) Gabel e_1

1. $\frac{j}{4}$	2. Mittlere Fehler	3. Mittlere Temperatur	4. Schallgeschwindig- keit (v)
264,3 ^{mm}	0,90 ^{mm}	23°,05	324,9 ^{met}
264,2	0,88	23°,05	324,8
264,0	1,19	23°,00	324,5
264,8	1,08	23°,90	325,0
264,7	0,90	24°,40	324,6
264,3	1,49	22°,95	325,0
264,9	0,70	23°,00	325,6
264,8	0,88	22°,95	325,6
264,8	1,25	23°,30	325,4
265,0	1,10	23°,65	325,4

Mittel: 325,08^{met}also: $a - v = 7,69^{\text{met}}$

Es zeigt sich hieraus, daß die Schallgeschwindigkeit in dieser Röhre bedeutend kleiner ist, als in der nahezu gleich weiten Glasröhre und einen Werth annimmt, welcher etwa mit dem in einer Glasröhre von 9,0^{mm} Durchmesser übereinstimmt (vergl. Tab. VI).

Das Gesetz, nach welchem die Abnahme der Schallgeschwindigkeit umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl seyn soll, bestätigt sich hier ebenfalls nicht. Denn das Produkt

$$(a - v) \sqrt{n}$$

ist für die Töne:

$$\begin{array}{ccc} e_1 & g_1 & c_2 \\ 137,6 & 91,3 & 87,1. \end{array}$$

Dagegen ergibt sich für den Werth von:

$$\frac{(a - v) n^{\frac{3}{2}}}{100}$$

bei:

$$\begin{array}{ccc} e_1 & g_1 & c_2 \\ 440 & 351 & 446. \end{array}$$

Hier sind die Werthe für e_1 und c_2 sehr nahe dieselben und der für g_1 kann möglicher Weise aus dem in Tab. XI, b) in der Anmerkung angeführten Grunde kleiner seyn. Es sprechen also auch diese Versuche für die Annahme, daß

in Röhren der Verlust an Schallgeschwindigkeit umgekehrt proportional der $\frac{3}{2}$ ten Potenz der Schwingungszahl ist.

Weiter habe ich noch Versuche angestellt in einer mit Flanell ausgekleideten Röhre, also in einer Röhre, welche jedenfalls eine sehr raue Oberfläche besitzt. Es geschah dies hauptsächlich um die Angabe des Hrn. Schneebeli zu prüfen, welcher in einer mit Tuch gefütterten Röhre eine Schallgeschwindigkeit von:

$$253,5^{\text{met}}$$

findet.

Meine Röhre hatte ungefähr denselben inneren Durchmesser (13 bis 14^{mm}), wie die des Hrn. Schneebeli (12^{mm}), und die Versuche wurden mit der gleichen Gabel c_2 (oder ut_4) angestellt. Ein schmaler Streif der Glasröhrenwand war auch hier nicht bekleidet, so daß die Einstellungen des Stempels gesehen werden konnten.

Ich lasse hier die Versuchsreihen selbst folgen, weil, wie mir scheint, die Mittel aus 10 Beobachtungen bei der geringen Genauigkeit der Einstellungen noch keinen Werth besitzen.

Tabelle XII.

Versuche in einer mit Flanell ausgekleideten Röhre.

($2r = 13 - 14^{\text{mm}}$) mit der Gabel c_2 .

$\frac{\lambda}{4}$	Temperatur	$\frac{\lambda}{4}$	Temperatur	$\frac{\lambda}{4}$	Temperatur
148 ^{mm}	18°,0	147 ^{mm}	18°,0	149 ^{mm}	18°,1
143		145		146	
144		148		150	
147		146		148	
149		147		149	
142		150		145	
146		148		151	
146		150		151	
148		147		149	
149	18°,0	149	18°,1	146	18°,1

$\frac{\lambda}{4}$	Temperatur	$\frac{\lambda}{4}$	Temperatur
151 ^{mm}	18°,1	146 ^{mm}	18°,3
147		146	
149		148	
152		152	
151		146	
150		151	
148		149	
151		151	
147		150	
148	18°,3	147	18°,3

Im Mittel ergibt sich hieraus:

$$\frac{\lambda}{4} = 148,1^{\text{mm}} \text{ bei } 18^{\circ},15$$

und daraus die auf 0° reducirte Schallgeschwindigkeit:

$$v = 293,7^{\text{met}}.$$

Nimmt man aber selbst von allen Einstellungen die niedrigste, d. i.

$$\frac{\lambda}{4} = 142^{\text{mm}} \text{ bei } 18^{\circ},0,$$

so ergibt sich daraus:

$$v = 281,7^{\text{met}},$$

also immer noch ein Werth, welcher entschieden über dem Newton'schen von:

$$270^{\text{met}}$$

liegt.

Wenn ich daher auch glaube, dafs die Reibung als solche von Einflufs auf die Schallgeschwindigkeit ist, so kann ich nach den obigen Versuchen doch nicht mit Hrn. Schneebeli übereinstimmen, wenn er (Pogg. Ann. Bd. 136, S. 306) sagt: »Da hier der Werth der Schallgeschwindigkeit noch weit unter den Newton'schen Werth von 270^{met} gesunken ist, so ist klar, dafs die Reibung, je nach der Beschaffenheit der Röhrenwand, auch ohne Wärmeaustausch einen bedeutenden Einflufs ausüben kann.«

Endlich mufs ich noch einen Punkt berühren, welcher möglicher Weise einen Einwand gegen die angewandte Beobachtungsmethode hervorrufen könnte. Man könnte

meinen, daß durch die Reflexion am Stempel die Phase der dort schwingenden Lufttheilchen nicht — wie es die Theorie annimmt — um eine einer halben Wellenlänge entsprechende Gröfse geändert wird, sondern daß hierzu noch eine Verzögerung tritt, so daß alsdann der Abstand des ersten Bauches von der Wand nicht eine Viertelwellenlänge, sondern weniger betrage, und daß in Folge dessen aus der Rechnung sich jener zu geringe Werth für die Schallgeschwindigkeit ergebe.

Dieser Annahme widersprechen indessen einmal die auf S. 112 in Tab. I mitgetheilten Versuche, bei welchen Einstellungen auf $\frac{\lambda}{4}$ und $3\frac{\lambda}{4}$ gemacht wurden. Jener Fehler müfste für beide derselbe seyn und daher in der Differenz $3\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4}$ verschwinden. Diese würde also einen Werth $\frac{\lambda}{2}$ geben, welcher nicht dem direct gemessenen von $\frac{\lambda}{4}$ entspräche, wie es doch bei jenen Versuchen in der That der Fall ist.

Andererseits würde es die genannte Annahme wahrscheinlich machen, daß jene Verkürzung der ersten Viertelwellenlänge von der Beschaffenheit der reflectirenden Substanz abhängig wäre. Dem aber widersprechen mehrere Versuchsreihen, die ich früher angestellt habe, und bei denen ich als reflectirende Substanz außer Kork auch Wasser und Quecksilber angewandt habe¹⁾. Die Unterschiede blieben

1) Natürlich war es dabei nöthig, eine Reduction auf trockne Luft anzubringen. Sie geschah nach der Formel

$$\lambda_0 = \lambda_t \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{s}{p}}{1 + \alpha t}},$$

wo

λ_0 die Wellenlänge bei 0° und in trockner Luft,

λ_t die beobachtete Wellenlänge,

t die Temperatur in Graden der hunderttheiligen Scala,

α den Ausdehnungscoefficienten der Luft,

s die Spannung des Wasserdampfes bei der Temperatur von t° ,

p den Barometerstand, welcher zu 760^{mm} angenommen wurde, be-

dabei innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler. Die Versuche mit Quecksilber waren nicht sehr zahlreich; für die Reflexion an Kork aber ergab sich aus 10 Beobachtungsreihen, jede zu 10 Einstellungen, für die Gabel c_2 :

$$\frac{\lambda}{4} = 160,78^{\text{mm}} \text{ bei } 15^\circ$$

und für die Reflexion an Wasser aus einer gleichen Reihe von Beobachtungen:

$$\frac{\lambda}{4} = 160,61^{\text{mm}} \text{ bei } 15^\circ.$$

Jene Annahme verliert also auch hierdurch an Wahrscheinlichkeit.

Ich möchte nicht unterlassen, hier noch einer eigenthümlichen Erscheinung, die mir mehrfach entgegen getreten ist, Erwähnung zu thun.

Ich habe, als die erwähnte Arbeit von Quincke über Interferenzröhren (Pogg. Ann. Bd. 128, S. 177) erschien, mitunter Zweifel darüber aussprechen hören von Physikern und Laien, ob die Anschauungen, welche dieser Arbeit zu Grunde liegen, der Wirklichkeit entsprächen. Es meinten viele Personen, man höre durch die Interferenzröhren nicht die Octave des betreffenden Tones, sondern einen ganz anderen Ton. Ich selbst gestehe, dafs mir zuerst der Gedanke kam, es möchte hier durch einen ganz eigenthümlichen, vor der Hand nicht zu erklärenden Vorgang ein ganz anderer Ton erzeugt werden; ich glaubte nämlich anstatt der Octave einen Ton zu hören, der etwa um einen halben Ton höher war, als der Grundton. Ich überzeugte mich indessen von meinem Irrthum, indem ich die Töne, die ich im einen und anderen Falle hörte, leise mitsang und nun bemerkte, dafs in beiden Fällen derselbe Ton erklang, nur schwächer, wenn Interferenz stattfand, so dafs in diesem Falle die Octave deutlicher hervortrat.

deutet. Auch wenn Kork oder Quecksilber die reflectirende Substanz war, wandte ich damals diese Correction an; ich hatte nämlich die Röhrenwände immer mit Wasser besprengt, so dafs anzunehmen war, dafs der Wasserdampf in der Röhre das Maximum der Dichte besitze.

Eine ganz ähnliche Gehörstäuschung erreichte ich, indem ich eine Flasche mit dem Eigenton c_1 vor eine tönende Gabel c_1 hielt; dann tritt der Grundton voller hervor und die Octave verschwindet; zuerst aber schien mir dadurch die Tonhöhe um einen halben Ton zu sinken.

Es war mir möglich, diese Beobachtung, aufser an mir selbst, an mehreren Bekannten und Schülern anzustellen, und ich fand, dafs ein grofser Theil derselben — und zwar namentlich musikalisch gut begabte Personen — sich in gleicher Weise täuschten, wie mir diefs zuerst ergangen war. Forderte ich sie dann auf, den Ton in beiden Fällen, mit und ohne Flasche, mitzusingen, so überzeugten sich die meisten von ihrem Irrthum und gaben nur einen Unterschied des Klanges an wie *O* und *U*, — ein Unterschied, den auch wenig musikalische Ohren wahrzunehmen leicht im Stande sind.

Es geht aus dem Gesagten hervor, dafs das unbefangene Ohr ein Schwächerwerden des Grundtones verbunden mit einem Hervortreten der Octave als ein Steigen um etwa einen halben Ton auffassen kann, und dafs man in diesem Falle erst einer gewissen Reflexion bedarf, um die richtige Bedeutung jener Klangänderung wahrzunehmen.

Als Ergebnifs der vorliegenden Untersuchung läfst sich Folgendes zusammenfassen:

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ist in Röhren geringer, als im unbegrenzten Raume und dabei abhängig:

- 1) von der inneren Oberfläche der Röhre,
- 2) von der Gröfse des Röhrenquerschnittes derart, dafs der Verlust an Schallgeschwindigkeit — wenigstens in engen Röhren — umgekehrt proportional dem Röhrendurchmesser ist.
- 3) von der Höhe der Töne derart, dafs sie geringer ist für tiefe, als für hohe Töne.

Dagegen entspricht die Schallgeschwindigkeit in Röhren nicht der von Kirchhoff berechneten Formel:

$$v = a \left(1 - \frac{\gamma}{2r \sqrt{\pi n}} \right),$$

weil der Verlust an Schallgeschwindigkeit nicht, wie es diese Formel verlangt, umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl ist. Es scheint vielmehr, als ob dieser Verlust umgekehrt proportional der $\frac{3}{2}$ ten Potenz der Schwingungszahl wäre.

Berlin, im Juni 1869.

IV. *Ueber die Brechungsindices und die Dispersion undurchsichtiger Körper;*
von W. Wernicke.

Zur Auffindung der Brechungsindices von Körpern, welche in solcher Dicke, wie sie zur directen Bestimmung mittelst der prismatischen Ablenkung erforderlich ist, undurchsichtig erscheinen, hat man bisher verschiedene indirecte Methoden in Anwendung gebracht. Die in den meisten Fällen benutzte ist die Bestimmung des Winkels der stärksten Polarisation oder des ihm nahe liegenden Haupteinfallswinkels¹⁾ der Substanz, dessen Tangente man gleich dem Brechungsindex annimmt. Allein abgesehen von den Widersprüchen, auf welche die Vergleichung der nach dieser Methode bestimmten Brechungsexponenten der Metalle mit einer andern Bestimmungsweise führt, ist die Beobachtung des Polarisationswinkels sehr unsicher: selbst bei durchsichtigen Substanzen mit starker Brechung erhält man zuweilen Resultate, die schon in der ersten Decimale vom richtigen, durch die prismatische Ablenkung ermittelten, Werthe abweichen²⁾. — Dieselbe Unsicherheit tritt in noch höherem Maasse bei dem von Wollaston benutzten Verfahren der Bestimmung der Brechung mittelst der totalen Reflexion ein; die meisten

1) *Houghton, Phil. Trans. CLIII, 81 bis 125.*

2) *Cf. de Sénarmont, Ann. de Chim., Ser. II, t. LXVIII, p. 337.*

undurchsichtigen Körper mit grossem Brechungsvermögen liefern, mit der Hypotenusenfläche des Prisma's in Berührung gebracht, gar keinen bestimmten Gränzwinkel der totalen Reflexion. — Noch weniger anwendbar ist das von Arago benutzte Verfahren, mittelst dessen derselbe nach den Formeln von Poisson aus dem Verhältniss der bei senkrechter Incidenz reflectirten Lichtmenge zu der durchgegangenen den Brechungsexponenten des Quecksilbers zu 5,829 bestimmt hat; wendet man diefs Verfahren auf Silber an, welches etwa 95 Proc. Licht reflectirt, so findet man den Brechungsindex = 71,8, während die Methode des Polarisationswinkels nur den Werth 4,8 liefert. — Eine vierte, in neuerer Zeit von Quincke ¹⁾ ausgeführte Methode, zufolge welcher man die Geschwindigkeit des Lichtes im Metall durch die Fransenverschiebung bestimmt, welche zwei interferirende, ein directes und ein durch eine dünne Lamelle des Metalls gehendes, Lichtbündel hervorbringen, hat die Brechungsindices einiger Metalle in Uebereinstimmung mit den Cauchy'schen Formeln, aber im Gegensatz zu den Ergebnissen der Methode des Polarisationswinkels, kleiner als 1 geliefert. — Alle diese Methoden sind indefs höchstens anwendbar, um im günstigsten Falle eine annähernde Vorstellung von der Grösse der mittleren Brechung zu geben; für die Bestimmung der Dispersion ist keine, auch nur zur Ermittlung von Näherungswerthen, geeignet.

In der vorliegenden Arbeit stelle ich eine Methode dar, welche die Bestimmung der Brechungsindices und der Dispersion einer grossen Anzahl derjenigen Gruppe von Körpern gestattet, welche den Metallen im Grade der Undurchsichtigkeit am nächsten stehen, wie die Protoxyde, Oxyde, Superoxyde und die Chlor-, Brom-, Jod- und Schwefelverbindungen der schweren Metalle. Die Methode beruht darauf, dafs sich die genannten Substanzen auf die eine oder andere Weise in gleichmäfsigen dünnen Schichten herstellen lassen,

1) Monatsber. d. Berl. Acad. 1863, S. 125.

welche mit der Dicke der Schicht variirende Interferenzfarben zeigen. Untersucht man diese Farben mit dem Spectroskop, so erhält man Spectra mit abwechselnd hellen und dunkeln Streifen, aus deren Anzahl und Lage sich die Wellenlänge des Lichtes in der Substanz, also der Brechungsindex nicht nur *en bloc*, sondern auch für die verschiedenen Farben oder Fraunhofer'schen Linien ableiten läßt. Die Genauigkeit der Resultate, welche diese Methode liefert, hängt bei der ziemlichen Vollkommenheit der Herstellungsmethoden der dünnen Schichten fast nur von der Empfindlichkeit der Wage ab, welche zur Bestimmung der Dicke der Schichten jedem indirecten Verfahren vorzuziehen ist.

I.

Für die Bestimmung der Wellenlänge aus der Lage der Maxima oder Minima im Spectrum ist es zunächst nothwendig, die zwischen diesen Größen bestehenden Gleichungen mit Rücksicht auf elliptische Polarisation und Absorption herzuleiten. Da sich die Interferenzstreifen im Spectrum am besten im reflectirten Lichte bei senkrechter Incidenz beobachten lassen, so stelle ich die vollständigen Formeln nur für diesen Fall auf.

Ist ε die Dicke der auf einem Metall befestigten dünnen Schicht der zu untersuchenden Substanz, so ist nach der Theorie der Farben dünner Blättchen die Intensität des bei senkrechter Incidenz reflectirten Lichtes:

$$I_r = \frac{(r + \varrho)^2 - 4r\varrho \sin^2 D}{(1 + r\varrho)^2 - 4r\varrho \sin^2 D} \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

In diesem Ausdruck bedeuten r und ϱ die Amplituden des von der Schicht in Luft und von dem Metall in die Schicht reflectirten Lichtes, wenn die einfallende Lichtmenge = 1 gesetzt ist. r ist stets, ϱ nur dann positiv, wenn der Brechungsindex der Schicht zwischen denjenigen der beiden Gränzmedien, für gewöhnlich Luft und Metall, liegt; ϱ ist

negativ, wenn derselbe gröfser oder kleiner als jeder von beiden ist. Die Gröfse D ist $= \left(\varepsilon + \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda}$, worin λ die Wellenlänge des Lichtes in der Substanz und δ_1 resp. δ_2 die Verzögerungen bezeichnen, welche das Licht bei der Reflexion an der Metallfläche, resp. der Reflexion und Brechung an der Gränzebene der Substanz und Luft erleidet.

Die Formel (1) setzt voraus, dafs die Substanz der dünnen Schicht vollkommen durchsichtig ist; um sie auch für solche Körper anwendbar zu machen, welche das Licht schon in geringer Dicke merklich absorbiren, mufs der Absorptionscoëfficient eingeführt werden. Bezeichne k die durch eine Schicht von der Dicke 1 durchgehende Lichtmenge, so ist nach dem von Herschel und Brewster angegebenen und seitdem von Bunsen, Roscoe und Anderen bestätigten Absorptionsgesetze die Quantität des aus einer Schicht von der Dicke ε austretenden Lichtes $= k^\varepsilon$. Berücksichtigt man bei der Ableitung der Formel (1), dafs die Amplitude bei jedem Hin- und Hergang des Lichtes durch die Schicht auf k^ε geschwächt wird, so erhält man für die reflectirte Lichtstärke den Ausdruck:

$$I_r = \frac{(r + \varrho k^\varepsilon)^2 - 4r\varrho k^\varepsilon \sin^2 D}{(1 + r\varrho k^\varepsilon)^2 - 4r\varrho k^\varepsilon \sin^2 D} \quad . \quad . \quad (2).$$

Das erste Differential dieser Gröfse nach ε liefert als gemeinsame Bedingung für die Maxima und Minima der Lichtintensität die Gleichung

$$0 = \sin^4 D$$

$$\left. \begin{aligned} & - \frac{16r^2\pi^2(1 - \varrho^2 k^{2\varepsilon})^2 + r^2(1 + \varrho^2 k^{2\varepsilon}) \{ r(1 + \varrho^2 k^{2\varepsilon}) + \varrho(1 + r^2) k^\varepsilon \{ \lambda^2 \cdot \log^2 k \} \sin^2 D }{16r^2\pi^2(1 - \varrho^2 k^{2\varepsilon})^2 + r^2(1 + \varrho^4 k^{2\varepsilon})^2 \cdot \lambda^2 \cdot \log^2 k} \\ & + \frac{1}{4} \cdot \frac{\{ r(1 + \varrho^2 k^{2\varepsilon}) + \varrho(1 + r^2) k^\varepsilon \{ \lambda^2 \cdot \log^2 k \} }{16r^2\pi^2(1 - \varrho^2 k^{2\varepsilon})^2 + r^2(1 + \varrho^2 k^{2\varepsilon})^2 \cdot \log^2 k} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

aus welcher sich für die *Minima*:

$$\sin^2 D = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \alpha \cdot \lambda^2 \cdot \log^2 k + \sqrt{1 + \beta \cdot \lambda^2 \cdot \log^2 k}}{1 + \gamma \cdot \lambda^2 \cdot \log^2 k} \right) \quad . \quad (4).$$

ergiebt, worin die Quadratwurzel den positiven Werth hat und die Coëfficienten α , β , γ folgende sind:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{(1 + \varrho^2 k^{2\epsilon}) \left(1 + \frac{\varrho}{r} + \varrho r + \varrho^2 k^{2\epsilon}\right)}{16 \pi^2 (1 - \varrho^2 k^{2\epsilon})^2} \\ \beta &= \frac{1 - \frac{\varrho^2}{r^2} - r^2 \varrho^2 k^{2\epsilon} + \varrho^4 k^{4\epsilon}}{16 \pi^2 (1 - \varrho^2 k^{2\epsilon})^2} \\ \gamma &= \frac{(1 + \varrho^2 k^{2\epsilon})^2}{16 \pi^2 (1 - \varrho^2 k^{2\epsilon})^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Die Gleichungen (4) und (5) zeigen, daß der Einfluß der Absorption nur dann ein merklicher ist, wenn der natürliche Logarithmus des Absorptionscoefficienten k einen dem reciproken Werthe der Wellenlänge λ äquivalenten Werth hat. Für alle Körper, welche bei der Dicke von 4λ für Licht von der Wellenlänge λ noch merklich durchsichtig sind, verschwinden bei der Kleinheit der Coefficienten α , β , γ in der Gleichung (4) die mit λ^2 multiplicirten Glieder fast völlig, und D erhält für die Minima der Lichtintensitäten die Werthe $+1$ und -1 , d. h. es wird das Argument D oder $\left(\epsilon + \frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$ gleich einem beliebigen Vielfachen von π ; mithin

$$\epsilon + \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} = m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wo m jede ganze positive Zahl seyn kann. Die Größen δ_1 und δ_2 sind experimentell vermitteltst der Formeln, welche die Theorie der elliptischen Polarisation liefert, nicht mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen; wenn sie es aber auch wären, so müßte man dennoch, um einen möglichst genauen Werth von λ zu erhalten, nach folgendem Raisonnement beobachten. Seyen ϵ_1 und ϵ_2 zwei Werthe von ϵ , welche der Gleichung (6) genügen, und m_1 und m_2 die dazugehörigen von m , so liefert die Subtraction, da δ_1 und δ_2 in beiden Fällen dieselben bleiben,

$$\lambda = 2 \cdot \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{m_2 - m_1} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Nach dieser Formel sind die Unterschiede der Dicken ϵ_2 und ϵ_1 der Schicht, für welche die Minima der Lichtinten-

sitäten auftreten, der Wellenlänge proportional, was sich durch die Beobachtungen verificiren läßt.

Die Beobachtungen werden nun in folgender Weise angestellt. Hat man nach irgend einer der unten angegebenen Methoden eine dünne Schicht des zu untersuchenden Körpers hergestellt und betrachtet dieselbe im reflectirten Licht durch das Spectroskop, so erscheint anfangs das Sonnenspectrum unverändert im Gesichtsfelde; wenn die Schicht jedoch schon eine gewisse Dicke erreicht hat, so erscheint zuerst ein dunkler Streifen im brechbareren Ende, welcher bei wachsender Dicke der Schicht durch das Spectrum wandert und nach einer bestimmten Zeit an der ursprünglichen Stelle wieder zum Vorschein kommt. Läßt man die Dicke der Schicht noch weiter zunehmen, so treten allmählig zwei, drei und mehr dunkle Streifen an verschiedenen Stellen des Spectrums auf. Die Streifen nehmen an Schärfe zu und sind namentlich wenn mehr als drei zugleich vorhanden sind, zuweilen so schwarz, daß man directes Sonnenlicht anwenden muß, um die darunter liegenden Fraunhofer'schen Linien zu erkennen; im Allgemeinen genügt Wolkenlicht, um ihre Lage im Spectrum festzustellen. Will man nun die Wellenlänge des Lichts in der Substanz für irgend eine Fraunhofer'sche Linie bestimmen, so läßt man die Schicht so stark werden, daß ein dunkler Minimalstreifen an dieser Stelle zum Vorschein kommt, tarirt die Schicht mit ihrem Träger auf einer für kleine Belastungen möglichst empfindlichen Waage, und verstärkt sie alsdann so lange bis der Streifen zum 2., 3. oder 4. usw. Male an derselben Stelle des Spectrums erscheint. Die Gewichtszunahmen geben die Größen $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$, $\varepsilon_3 - \varepsilon_1$, $\varepsilon_4 - \varepsilon_1$ usw., und die Differenzen $m_2 - m_1$ haben für diese Fälle die Werthe 1, 2, 3. Bei einiger Erfahrung hält es nicht schwer, die Zunahme der Schichten durch die Zeit zu bestimmen und auf diese Weise im Voraus den Moment zu erhalten, in welchem die Minima wieder an derselben Stelle im Spectrum zum Vorschein kommen.

Ist p die durch die Waage bestimmte Gewichtszunahme

der Schicht, nachdem ein Minimum m Mal eine bestimmte Fraunhofer'sche Linie passirt hat, s das specifische Gewicht, o die Oberfläche der Schicht, so ist der Brechungsindex der Substanz für die betreffende Linie

$$n_a = \frac{m \cdot s \cdot o \cdot l_a}{2p} \quad (8),$$

wenn l_a die Wellenlänge des Lichts in Luft für jene Linie bezeichnet.

II.

Zur Erzeugung der dünnen Schichten bieten sich bei verschiedenen Substanzen oft mehrere Methoden dar; dieselben sind jedoch nicht immer für die Herstellung guter Interferenzschichten brauchbar. Durch Erhitzen von Eisen an der Luft erhält man z. B. sehr dünne Schichten von Eisenoxyduloxyd, einem Körper, welcher auf electrolytischem Wege dargestellt, deutliche Interferenzspectra und schöne Farben liefert. Versucht man jedoch die dünne, nur die erste matte Farbenreihe zeigenden, durch Erwärmen des Eisens erhaltenen Schichten durch weiteres Erhitzen zu verstärken, so bekommt man weder die schönen Farben der zweiten Reihe, noch überhaupt Interferenzstreifen im Spectroskop. Der Grund hiervon ist leicht nachzuweisen; die durch Erhitzen erhaltenen Schichten sind nur an der Oberfläche reines Oxyduloxyd, im Innern erhalten sie weniger Sauerstoff; von einem Körper aber, welcher von der Oberfläche aus nach dem Innern zu continuirlich seinen Brechungsindex ändert, kann man die in Rede stehenden Interferenzerscheinungen nicht erwarten.

Die besten Interferenzschichten erhält man durch passende Einwirkung chemischer Agentien auf dünne Metallschichten, oder durch Electrolyse. Ich habe nach beiden Methoden zahlreiche Interferenzschichten hergestellt, beschränke mich aber hier auf die letztere, welche namentlich für die Sauerstoffverbindungen der schweren Metalle geeignet ist.

Nobili (Pogg. Ann. Bd. X) hat eine große Anzahl von

Flüssigkeiten beschrieben, deren Electrolyse farbige Ringe auf Platten von Gold, Platin und anderen Metallen liefert; allein dieselben sind für die Darstellung von Interferenzschichten nicht zu verwerthen. Es läßt sich nämlich leicht nachweisen, daß die Ringe, welche er an positiven Polplatten von Silber, Kupfer, Zink, Wismuth erhielt, aus den Sauerstoffverbindungen dieser Metalle bestehen und durch Oxydation der Platten durch den electrolytisch ausgeschiedenen Sauerstoff erzeugt sind, von der Substanz des angewandten Electrolyten aber gar nichts enthalten. Hätte Nobili statt der verschiedenen Lösungen verdünnte Schwefelsäure oder Alkalilösung genommen, so würde er bei entsprechender Stromstärke dieselben Ringe erhalten haben. Nur die wenigen Niederschläge, welche er auf Gold oder Platin erhielt, machen hiervon eine Ausnahme. — Ich stelle im Folgenden die Methoden dar, wie man die für die optischen Untersuchungen brauchbaren Interferenzschichten am zweckmäßigsten erhält und wie man ihre optischen Constanten und ihr spezifisches Gewicht bestimmt.

1. Kupferoxydul.

Zur Herstellung der Interferenzschichten dieses Körpers kann man zwei verschiedene Wege einschlagen. In beiden Fällen dient als Zersetzungsflüssigkeit eine Auflösung von 30^{gr} Natronhydrat, 60^{gr} Seignette Salz und 25^{gr} Kupferviol in 500 CC. Wasser. Wendet man als Kathode ein, etwa 1 Quadratdecimeter großes dünnes Platinblech und als Anode zwei ¹⁾ in der Entfernung von 2 Centimetern auf beiden Seiten vom Mittelpunkte des Bleches abstehende Kupferspitzen (jede von einigen Quadratmillimetern Ober-

1) Ich muß hier bemerken, daß die Gesetze der Stromvertheilung in festen Leitern für diese und ähnliche Flüssigkeiten gar nicht anwendbar sind; der Einfluß der Polarisation ist ein so überwiegender, daß selbst bei Anwendung einer Spitze beide Seiten der Kathode sich fast gleichmäßig färben. Es ist dies um so mehr der Fall, je schwächer die Stromstärke ist und je langsamer die Zersetzung vor sich geht.

fläche), so wird durch den Strom eines kleinen ¹⁾ Bunsen'schen Elements nur so viel Wasserstoff auf dem Platinblech verdichtet, daß derselbe das Kupferoxyd zu Oxydul zu reduciren vermag. Man kann anfangs die Oberfläche der Anode etwas größer nehmen, weil der erste Niederschlag langsamer erfolgt; später verkleinert man die Anode bis zur angegebenen Größe, um sicher zu seyn, daß kein metallisches Kupfer neben dem Oxydul reducirt wird. Nimmt man die Anode zu groß, so erhält man zwar anfangs reines Oxydul, später aber reducirt der dichter auftretende Wasserstoff das Oxyd ganz oder theilweise zu Metall. Die Gränze beider Processe ist jedoch eine ziemlich weite, und außerdem lassen sich auch die geringsten Spuren metallischen Kupfers durch aufgelegtes Jod erkennen, welches das Oxydul völlig unverändert läßt, während es das Metall sofort in Jodür verwandelt.

War die Oberfläche des Platins hinreichend rein (die Reinigung geschieht am besten durch Reiben mit Leinwand unter Sodalösung und dadurch, daß man die Platte einige Zeit als Kathode in einer Alkalilösung electrolytisch mit Wasserstoff bedeckt), so erscheinen die Farben bald in der Reihenfolge: gelb, braun, purpur, blau usw. ²⁾ und wiederholen sich innerhalb einiger Stunden drei bis vier mal ziemlich unverändert; bei weiter zunehmender Dicke wechseln nur blafsgrün und blafsroth, welche nach etwa 5 bis 6 Stunden in einander übergehen und ein dem metallischen Kupfer täuschend ähnliches blasses Braunroth bilden. Betrachtet man die Schicht alsdann mit dem Spectroskop, so zeigen sich zwischen den Fraunhofer'schen Linien *F* und *B* vier

- 1) Der Widerstand der alkalischen Kupferlösung ist so bedeutend, daß ein Stückchen Kupfer oder Zinkdraht dieselbe Wirkung liefern, wie ein großes Daniell'sches Element, wenn man in beiden Fällen gleiche Erregungsflüssigkeiten anwendet.
- 2) Alle untersuchten Substanzen zeigen zuerst die Farben der Newton'schen Ringe im durchgehenden Licht, wenn die Reflexion von einem Metall stattfindet.

donkale Streifen. Man kann indeß die Schicht mehr als doppelt so stark werden lassen und alsdann in dem genannten Intervalle 8 bis 9 Minimalstreifen erhalten. Ein solches Spectrum ist wegen der Begränzung der dunklen Streifen durch die starken Lichtintensitäten der Maxima weit brillanter als ein gewöhnliches Absorptionsspectrum. Am prächtigsten wird das Spectrum sowohl wie die Farben, wenn die Reflexion von Silber stattfindet; man benutzt für diesen Zweck als Träger der Schicht am besten dünn versilbertes Glas, welches hinreichend gut leitet und überdies die Untersuchung der Schichten im durchgehenden Lichte ermöglicht.

Die Befreiung der Oberfläche des Platins von Verunreinigungen, welche der Bildung einer gleichförmigen Schicht besonders hinderlich sind, gelingt am leichtesten, wenn man dieselbe mittelst einer *alkalischen* Kupferlösung vorher verkupfert. Statt des Platins wendet man ferner mit Vortheil gewöhnliches Stanniol an, das man vor der Verkupferung nur oberflächlich durch Anhauchen und Putzen mit einem mit wenig Schlammkreide bestäubten Leinwandballen reinigt. Das Verkupfern des Stanniols geschieht durch den Strom eines schwach geladenen Bunsen'schen Elementes in einer alkalischen Kupferlösung; das Stanniolblatt bedeckt sich gleichmäfsig mit einem glänzenden Kupferüberzuge und mit verdichtetem Wasserstoff, welcher, zugleich mit dem Kupfer niedergeschlagen, weit besser an der Platte haftet als ohne dieses, d. h. wenn man das Stanniol in Natronlösung durch den Strom mit Wasserstoff bedecken würde. Nach 10 bis 15 Minuten unterbricht man den Strom und hängt das verkupferte Stanniol sogleich, ohne abzuspülen, in die oben beschriebene Kupferlösung. Die Reduction durch den an der Platte haftenden Wasserstoff beginnt bald; das Kupfer färbt sich allmählich schön goldgelb, roth, blau, fast weifs, grünlich gelb und wieder goldgelb. Die Zeit, während welcher sich diese Farben entwickeln, beträgt etwa 50 Minuten; die Entwicklung schreitet zwar langsam noch weiter fort; man unterbricht sie aber am besten bei dem zweiten

Goldgelb, wo im Spectroskop ein Minimum in der Nähe der Linie *F* erscheint, und bedeckt die Platte lieber, wenn man sogleich stärkere Schichten haben will, von neuem mit Wasserstoff. Hierzu wendet man am besten eine Natronlösung vom spec. Gew. 1,035 an, welche vorher mit dem gleichen Volumen Wasser verdünnt ist; ist die Lauge oder der Strom zu stark, so kann das Kupferoxydul zu Kupfer reducirt werden. Bei den angegebenen Daten genügen 10 Minuten, um die Kupferoxydulschicht mit einer Wasserstoffschicht zu bedecken, welche innerhalb einer Stunde aus der Kupferlösung eine Schicht Oxydul von der Dicke einer halben Wellenlänge reducirt.

Dieses Verfahren kann nebenbei als bequemer Vorlesungsversuch dienen, um den an der Oberfläche eines Metalls verdichteten Wasserstoff sichtbar zu machen, und die Menge desselben quantitativ zu bestimmen.

Zur Ausmittlung des specifischen Gewichts des Kupferoxyduls wurde das absolute Gewicht sowie der Gewichtsverlust eines Platinbleches im Wasser durch mehrfache Versuche bestimmt, und dasselbe alsdann mit einer (durch 12 bis 36 stündige Einwirkung des Stroms erhaltenen) stärkeren Oxydulschicht überzogen. Wenn die Schicht undurchsichtig wird, so geht die Kupferfarbe in ein dunkles Violet über; die geringsten Spuren von metallischem Kupfer, welche in Folge eines zu starken Stromes etwa beigemischt seyn könnten, würden das schöne Violet in ein häßliches Schwarzbraun verändern. Hat die Schicht die gewünschte Dicke erreicht, so wird das absolute Gewicht und der Gewichtsverlust der ganzen Platte bestimmt. Aus vier, mit Schichten von verschiedener Dicke angestellten und in ihren Resultaten fast völlig übereinstimmenden Versuchen ergab sich die Dichtigkeit des Kupferoxyduls (bei 15° C.)

$$s = 5,975.$$

Zur Bestimmung der Brechungsindices wurde ein rechteckiges Stanniolblatt mit den Seiten 10,72 und 7,76 Centim. verkupfert und dann auf demselben eine gleichmäßige Schicht von Kupferoxydul befestigt.

Die Gewichtszunahme betrug, nachdem der Minimalstreifen 11 mal durch die Linie *F* gegangen war, 0,08975^{gr} und nach 7 maligem Durchgange des Streifens durch die Linie *C*, 0,08970^{gr}. Aus diesen Zahlen berechnen sich mit Zugrundelegung der Gleichungen (8) und (9) und der Fraunhofer'schen Zahlen für die Wellenlängen jener Linien in Luft die Brechungsexponenten für *F* und *C* zu 2,963 und 2,558.

Ein zweites rechteckiges Stanniolblatt, dessen Gesamtoberfläche 18230 Quadratmillimeter betrug, lieferte für die Linien *E* und *D* nach 9 maligem resp. 6 maligem Durchgange des Minimalstreifens berechnet, für die Brechungsindices jener Linien die Zahlen 2,816 und 2,705.

Eine dritte Platte von 21946 Quadratmillimeter Fläche gab für *B* den Werth 2,534, so daß die Brechungsindices des Kupferoxyduls (Cu_2O) die folgenden sind

Fraunhofer'sche Linie	Brechungsindex
<i>B</i>	= 2,534
<i>C</i>	2,558
<i>D</i>	2,705
<i>E</i>	2,816
<i>F</i>	2,963.

Die Brechung wie die Dispersion des Kupferoxyduls ist demnach, wenn man von den zweifelhaften Bestimmungen der Brechungsexponenten der Metalle absieht, die grösste, welche bis jetzt bei einem festen Körper beobachtet ist.

2. Bleisuperoxydhydrat.

Bekanntlich erhält man durch electrolytische Zersetzung einer Lösung von Bleioxyd-Kali am positiven Pole eine Reihe von Farben, welche gewöhnlich zur Darstellung der Nobili'schen Ringe benutzt werden. Die zu diesem Zweck dienende Lösung bereitet man durch Kochen von Bleiglätte mit starker Alkalilauge. Da indess auf diese Weise verhältnißsmäßig wenig Blei in Lösung geht und überdies das Arbeiten mit den stark alkalischen Flüssigkeiten Uebelstände mit sich führt, so stellt man bequemer und zweckmäßiger die Lösung auf folgende Weise dar. 50 Grm. essigsäures

Blei werden, in Wasser gelöst, in eine aus 50 Gr. Weinstein und 35 Grm. Natronhydrat bereitete Auflösung unter Umrühren gegossen, und nach dem Verschwinden des entstandenen Niederschlages bis zu 500 CC. mit Wasser verdünnt. Diese Flüssigkeit giebt auch dann noch gute Resultate, wenn bereits durch den electrolytischen Process drei Viertel des Blei's ausgefällt ist.

Als positive Electrode habe ich stets ein etwa 1 Quadratdecimeter großes Platinblech benutzt, was für Messungen vorzuziehen ist, da andere Metalle durch den activen Sauerstoff oxydirt werden können; den negativen Pol bilden zwei kleinere, symmetrisch zu beiden Seiten des Platinbleches in gleichen Entfernungen mit den Rändern stark abwärts gebogene, Platten von Blei oder Platin; dies System läßt sich nach Isolirung der Zuleitungsdrähte leicht so reguliren, daß die positive Platinplatte gleichmäÙig gefärbt wird. Bei diesen Dimensionen des Apparates genügt ein kleines schwach geladenes Bunsen'sches Element zur Erzeugung der Schichten.

Der die Interferenzfarben gebende Körper scheint allgemein für Bleisuperoxyd gehalten worden zu seyn; allein das weit geringere specifische Gewicht (die Angaben der Dichtigkeit von Pb O_2 variiren zwischen 8,903 und 8,933), das ich übereinstimmend aus mehreren Versuchen fand, veranlaßten mich, denselben näher zu untersuchen. Es ergab sich, daß die farbigen Schichten auf der positiven Polplatte, was für Lösungen man auch anwendet, niemals Pb O_2 sind, sondern ein Hydroxyd von bestimmter Zusammensetzung, welches sein Wasser erst in höherer Temperatur und nur schwierig vollständig verliert, ohne daß zugleich etwas Sauerstoff entweicht. In dickerer Schicht bildet es einen compacten, glänzend blauschwarzen Körper, welcher fest am Platinbleche haftet und gar nicht hygroskopisch ist, so daß sich sein specifisches Gewicht leicht bestimmen läßt. Als Mittel aus drei in ihren Resultaten sehr wenig abweichenden Bestimmungen ergab sich die Dichtigkeit des Bleisuperoxydhydrats

$$s = 6,169,$$

also eine Zahl, die von dem specifischen Gewicht des wasserfreien Bleisuperoxyds sehr verschieden ist.

Für die Untersuchung der Brechung und Dispersion ist es zweckmäßig, das Spectroskop vor dem mit parallelen Glaswände versehenen Zersetzungsapparat aufzustellen; man kann auf diese Weise, da die Flüssigkeit farblos ist, das Wandern der Interferenzstreifen im Spectrum beobachten und im geeigneten Zeitmoment den Strom unterbrechen. Die Farben bilden sich weit schneller als beim Kupferoxydul; man regulirt die Stromstärke so, dass die Schichten innerhalb 7 bis 10 Minuten oder noch längerer Zeit um eine halbe Wellenlänge zunehmen. Bei zu schnellem Wachsen wird die Schicht bei gröfserer Dicke spröde und die Farben haben nicht ihre volle Reinheit.

Während beim Kupferoxydul noch für Licht von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie *F* die Minimalstreifen deutlich beobachtet werden können, so ist dies beim Bleisuperoxydhydrat schon nicht mehr für die Linie *E* der Fall; im ganzen brechbareren Theile des Spectrums ist keine Spur von Interferenzstreifen zu bemerken, während dieselben im gelben und noch mehr im rothen Theile mit grofser Schärfe auftreten. Man mufs daraus schliessen, dass der Körper selbst in Schichten von der Dicke einer oder mehrerer Wellenlängen nur für gelbe und rothe Strahlen durchsichtig ist.

Zur Bestimmung des Brechungsindex für die Linie *D* wurde ein dünnes Platinblech von der Gesamtoberfläche 13570 Quadratmillimeter in den Zersetzungsapparat gebracht, und nachdem dasselbe vorher tarirt war, ein 15 maliger Durchgang eines Minimalstreifens durch jene Linie beobachtet. Die Gewichtszunahme dieser 15 halbe Wellenlängen starken Schicht betrug 0,1660 Mgr.; demnach ist der Brechungsindex zufolge der Formel (9)

$$n_D = \frac{15 \cdot 13570 \cdot 6,169 \cdot 0,0005888}{2 \cdot 0,1660} = 2,229.$$

Für die Linie *C* ergab eine ähnliche Beobachtung den Werth $n(C) = 2,010$. — Hat die Schicht eine Dicke von

24 halben Wellenlängen (D) erreicht, so erscheinen von D ab im rothen Theile des Spectrums sechs Minimalstreifen, deren letzter fast genau mit der Linie B zusammenfällt. Während ein Minimum von D nach B wandert, nimmt die Dicke der Schicht um etwa $\frac{1}{4} \lambda(D)$ zu, so daß 19 Wellenlängen $\lambda(B) = 23,5 \lambda(D)$ sind. Hieraus bestimmt sich $n(B) = 1,802$. Die letztere Betrachtung kann als Controlle der directen Bestimmung durch die Wägung dienen.

$$\begin{array}{ll} \text{Die Zahlen} & n(D) = 2,229 \\ & n(C) = 2,010 \\ & n(B) = 1,802 \end{array}$$

zeigen, daß zwar die Brechung beim Bleisuperoxydhydrat geringer, die Dispersion aber noch etwas bedeutender als beim Kupferoxydul ist.

3. Mangansuperoxydhydrat.

Die Interferenzschichten dieses Körpers werden am besten durch Electrolyse sehr verdünnter neutraler Lösungen von Manganoxydulsalzen erhalten; 12 Grm. Chlormangan mit 8 Grm. essigsauerm Salz in 500 CC. Wasser gelöst, liefern eine Flüssigkeit, welche, selbst wenn schon ein großer Theil des Mangans durch den electrolytischen Proceß ausgeschieden ist, noch immer gute Resultate giebt. Concentrirte Lösungen sind gar nicht anwendbar; auch die Flüssigkeiten, welche Nobili (diese Ann. Bd. X) und Böttger (Bd. L) für die Darstellung der Farbenringe benutzt haben, sind noch zu concentrirt. Man nimmt als Stromerreger ein schwach geladenes Element und den beim Bleisuperoxydhydrat beschriebenen Zersetzungsapparat; da die Flüssigkeit farblos ist, kann man das Fortrücken der Interferenzstreifen während der Operation durch das Spectroskop beobachten. Man richtet die Stromstärke am besten so ein, daß die Schicht innerhalb 15 bis 30 Minuten um eine halbe Wellenlänge wächst; bei zu schnellem Wachsen wird die in größerer Dicke glänzend blauschwarz erscheinende Schicht sehr spröde und bekommt durch Temperaturveränderung, namentlich beim Abspülen mit kaltem Wasser, leicht Risse.

Zur Bestimmung des specifischen Gewichts habe ich Schichten von mehr als 100 Wellenlängen Dicke und dem absol. Gew. von ungefähr 0,5 Grm. hergestellt; aus zwei übereinstimmenden Versuchen ergab sich die Dichtigkeit bei 13° C.

$$s = 2,542.$$

Der Körper ist nicht MnO_2 , sondern, wie alle Körper dieser Gruppe, ein Hydrat, welches auch unter der Luftpumpe sein Wasser nicht verliert. Er ist für grüne und blaue Strahlen nur in ganz dünnen Schichten von 1 bis 2 Wellenlängen noch durchsichtig, so daß man Minimalstreifen in *E* und *F* bemerken kann; bei größerer Dicke treten dieselben nur im Gelb und Roth auf. Das Minimum in *F* ist jedoch schon so breit und verwaschen, daß sich daraus die Wellenlänge mit dem einfachen Spectroskop ohne Anwendung photometrischer Hülfsmittel nicht sicher bestimmen läßt. Für die Linien *E*, *D*, *C* habe ich nach den im Vorigen beschriebenen Methoden die Werthe

$$n(E) = 1,944$$

$$n(D) = 1,862$$

$$n(C) = 1,801$$

erhalten.

III. Allgemeine Folgerungen.

Außer den im Vorigen genauer beschriebenen Körpern habe ich noch eine ganze Anzahl Interferenzschichten auf electrolytischem und chemischem Wege hergestellt, welche sich gleich den beschriebenen durch eine ungewöhnlich starke Dispersion auszeichnen. Die Untersuchung dieser Körper hat ergeben, daß allen Körpern von starker Dispersion optische Eigenschaften gemeinsam sind, welche für die Theorie des Lichtes von Interesse zu seyn scheinen.

Man weiß aus der Erfahrung, daß Dispersion und Absorption mit einander in Beziehung stehen, und Cauchy hat in seinem *Mémoire sur la dispersion de la lumière* eine Gleichung aufgestellt, in welcher diese Beziehungen implícite enthalten sind. Die Discussion dieser Gleichung, deren

eine Seite eine unendliche Reihe ist, bietet Schwierigkeiten dar; man (Cauchy, *Mém. sur la disp.* und Christoffel, *Pogg. Ann.* Bd. CXVII, S. 27 bis 45) hat sich damit begnügt, die beiden ersten Glieder der Reihe beizubehalten und die übrigen fortzulassen. Dieß würde, wie Hr. Christoffel gezeigt hat, gestattet seyn, wenn in jedem Falle die Wirkungssphäre im Vergleich zur Wellenlänge verschwindend klein wäre. Dafs letztere Annahme indess nicht zulässig ist, zeigt die Discussion der verstümmelten Gleichung, welche ergibt, dafs jedes Spectrum im violetten Ende durch einen sichtbaren Strahl von bestimmter Brechbarkeit begrenzt ist. Dieß Resultat ist ein physikalisches Absurdum, da es die Existenz von Körpern voraussetzt, welche unter beliebigem Einfallswinkel einen sichtbaren Strahl total reflectiren oder denselben schon an der Oberfläche vollständig absorbiren. Was an jener Gränze im brechbareren Ende des Spectrums in Wirklichkeit stattfindet, darüber kann die aus der abgebrochenen Reihe hergeleitete Dispersionsformel, auch wenn sie für grofse Wellenlängen richtig ist, keinen Aufschluß gewähren.

Während diese Gränze bei Substanzen von schwacher Dispersion sehr weit im Ultra-Violet liegen würde, tritt sie bei den von mir untersuchten Körpern zuweilen schon im Grün auf. Bei keinem einzigen Körper dieser Gruppe lassen sich auch nur Spuren von Interferenzen im Violet beobachten. Der Grund dieser Erscheinung könnte in einer starken Reflexion dieser Strahlen an der Oberfläche oder in einer starken Absorption im Innern gesucht werden; es hat sich gezeigt, dafs letzteres die überwiegende Ursache der fehlenden Interferenzstreifen ist. Denn stets verschwinden dieselben mit wachsender Dicke allmählig vom violetten nach dem rothen Ende des Spectrums hin und sind sehr bald nur noch im Gelb und Roth vorhanden. Die Absorption nimmt daher mit abnehmender Wellenlänge zu, und zwar von einer gewissen, für jeden Körper besonderen, Stelle im Spectrum continuirlich und so schnell, dafs jenseits derselben kein Strahl eine Schicht von der Dicke einer halben Wellenlänge zu durchdringen vermag.

Im durchgehenden Lichte erscheinen daher hinreichend starke Schichten der Körper von hervorragender Dispersion immer gelbroth oder roth; ich habe vergeblich eine Substanz dieser Art gesucht, der mit grünem, blauem oder violetten Lichte durchsichtig wäre.

Um etwaigen Einwänden durch Anführung scheinbarer Ausnahmen gegen diese Thatsache von vornherein zu begegnen, muß ich hier Folgendes bemerken. Man kann auf verschiedene Weise dünne Schichten herstellen, welche das Licht stark absorbiren und mit anderem als gelbem oder rothem Lichte durchsichtig sind; solche Schichten sind indess, gleich wie ein mit Ruß überzogenes Glas, nicht als Körper, sondern als zusammenhangslose Apparate einzelner Massentheilchen zu betrachten, und können nur in dem Falle als Ausnahmen aufgeführt werden, wenn es überhaupt gelingt, Brechung und Dispersion an ihnen nachzuweisen. Läßt man beispielsweise Chlor, Brom, Jod, Schwefeldampf oder Schwefelwasserstoff auf dünne Silberschichten wirken, so erhält man bei passend regulirter Einwirkung Schichten von Chlor-, Brom-, Jod- und Schwefelsilber, welche im Vergleich zu den Metallen und selbst zu den beschriebenen Metalloxyden sehr durchsichtig sind und schöne Interferenzstreifen im Spectroskope zeigen. Uebersteigt indess die Intensität oder Dauer der Einwirkung jener Agentien eine gewisse Gränze, so wird die Structur der Schichten zerstört; dieselben sind alsdann als Aggregate von vielen Körpertheilchen (in manchen Fällen mikropischen Krystallen) zu betrachten, obwohl sie dem Auge als cohärente Massen erscheinen; sie sind undurchsichtiger als das Metall selbst und zeigen im Spectroskop keine Spur mehr von Interferenzstreifen.

In Bezug auf die chemische Zusammensetzung der auf electrolytischem Wege dargestellten Sauerstoffverbindungen der schweren Metalle hat sich Folgendes ergeben: *Die am positiven Pole durch den Strom abgeschiedenen Verbindungen sind nicht, wie bisher allgemein angenommen worden ist¹⁾, Superoxyde, sondern bestimmte Hydrate derselben,*

1) Vergl. Wöhler, Ueber das Verhalten einiger Metalle im el. Strom. Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. u. der G. Univ. zu Gött. 1868. No. 8.

welche ihr Wasser auch unter der Luftpumpe nicht verlieren. Ich glaube diesen Satz als allgemein hinstellen zu können, da ich ihn für die verschiedensten Metalle, nämlich Blei, Mangan, Kobalt, Wismuth und Antimon bestätigt gefunden habe. — Die am negativen Pole abgeschiedenen Oxyde und Suboxyde sind dagegen stets wasserfrei, wie aus der Untersuchung des electrolytisch dargestellten Kupfer-, Wismuth-, Antimonoxydul und Eisenoxýduloxyd geschlossen werden muß.

Berlin, im October 1869.

**V. Ueber den Durchgang der strahlenden Wärme durch Steinsalz und Sylvín;
von H. Knoblauch.**

(Vorgetragen in der naturforschenden Gesellschaft zu Halle
am 23. October 1869).

Es ist bekannt, dafs von Melloni die Entdeckung gemacht worden ist, dafs *reines klares Steinsalz jeder Art von Wärmestrahlen den Durchlaß in gleichem Verhältniß gestatte*, und dafs er nicht allein in langen Reihen vielseitigster mustergültiger Versuche diese Thatsache erwiesen, sondern auch in eingehender Weise das richtige Verfahren denjenigen bezeichnet hat, welchen es bei ihrer Art zu experimentiren nicht gelungen war, diese Erscheinung wahrzunehmen.

Als nichts desto weniger immer aufs Neue Zweifel an der allgemeinen Gültigkeit jenes Satzes auftauchten, denen ich selbst mich glaubte anschließen zu müssen, ist von mir die ersinnlichste Sorgfalt darauf verwandt worden, über den wahren Vorgang ins Klare zu kommen¹⁾.

Die Verschiedenheit der dem Steinsalz zur Durchstrah-

- 1) Ueber den Durchgang der strahlenden Wärme durch polirtes, mattes und berufstes Steinsalz, und über die Diffusion der Wärmestrahlen; in welcher Abhandlung auch die betreffende Literatur vollständig mitgetheilt ist; Pogg. Ann. 1863, Bd. CXX, S. 177 bis 286.

lung
Strah
einzi
zahl
einer
pen
diffu
durch
chun
In
Duro
D
des S
schaf
bei
die
setzu
diese
E
führt
strah
I
liche
seine
I
aben
gela
ande
frem
1)
2)
3)
4)
5)
6)
7)

lung dargebotenen Wärme erstreckte sich von den dunklen Strahlen einer Quelle von etwa 100° C., welche nur eine einzige Wärmeart aussendet ¹⁾, bis zu den, in der Glühhitze zahllos mannigfaltigen Strahlen der Sonne ²⁾. Einzelne, von einer complicirten Wärmequelle ausgehende, Strahlengruppen wurden durch Zurückwerfung von verschiedenartigen diffus reflectirenden Flächen ³⁾ oder mittelst Durchstrahlung durch ungleichartige diathermane Platten ⁴⁾ oder durch Brechung ⁵⁾ von einander geschieden.

Immer zeigten sie alle eine verhältnißmäßig gleich gute Durchstrahlung durch das Steinsalz.

Die weitere Prüfung wies nach, wie die, durch die Masse des Steinsalzes hindurchgestrahlte Wärme noch ganz so beschaffen sey, wie vor dem Eintritt in dieselbe ⁶⁾, während bei jeder andern bis dahin untersuchten Substanz weder die Durchstrahlung eine gleichmäßige, noch die Zusammensetzung der Wärmestralen nach dem Durchgange durch dieselbe eine ungeänderte war.

Endlich wurde auch eine Anzahl neuer Beispiele vorgeführt, bei denen unter Umständen eine ungleiche Durchstrahlung verschiedener Wärme durch Steinsalz auftritt.

Das Gesamtergebnis war — meiner eigenen ursprünglichen Ansicht entgegen — daß der *Melloni'sche Satz* in seiner ganzen Ausdehnung sich an der Erfahrung bewährte ⁷⁾.

Die allseitige Betrachtung der betreffenden Vorgänge aber hat keinerlei Unklarheit in irgend einem Falle zurückgelassen, wie insonderheit auch die Anomalien, auf welche andere Beobachter sich berufen, aus der Berücksichtigung fremder Bestandtheile oder eigenthümlicher Beschaffenheit

1) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 189 bis 192.

2) Ebendasselbst, S. 189 bis 192.

3) Ebendasselbst, S. 180 bis 186.

4) Ebendasselbst, S. 186 bis 189.

5) Ebendasselbst, S. 192 bis 195.

6) Ebendasselbst, S. 206, 207, 276, 277.

7) Ebendasselbst, S. 191, 192, 283.

der Oberfläche des Steinsalzes oder ungeeigneter Strahlenrichtung sich verstehen lassen ¹⁾).

Weder gegen die damals angestellten Versuche noch gegen die daraus gezogenen Schlüsse sind bisher von irgend welcher Seite Einwendungen erhoben worden, ja Hr. Magnus, welcher sich speciell mit derartigen Untersuchungen beschäftigte, hat denselben sogar neue Belege hinzugefügt, aus denen auch er schloß, *dafs das Steinsalz die Wärme der verschiedenen Quellen in gleichem Mafse hindurchlasse* ²⁾).

Um so auffallender ist es, dafs derselbe Physiker ein Jahr später an der nämlichen Stelle versichert, Melloni und ich hätten die gleiche Durchstrahlung verschiedenartiger Wärme durch Steinsalz mit Unrecht behauptet ³⁾; ja dafs er, so ausgedehnten und mit solcher Peinlichkeit angestellten, erörterten und beschriebenen Versuchen gegenüber, jene öffentliche Versicherung vor der Berliner Akademie nicht einmal durch die Mittheilung seiner Beobachtungen und Messungen und die nähere Beschreibung seiner Untersuchungen begründet, einen solchen Nachweis auch nach mehr als vier Monaten bis jetzt nicht geliefert hat. Hr. Magnus sagt in seiner kurzen Notiz nur: »das Steinsalz absorbiert die vom Steinsalz ausgestrahlte Wärme in grofser Menge und stärker als die des Sylvins und anderer Wärmearten«, und fügt alsdann zu weiterer Erläuterung hinzu: »die grofse Diathermasie des Steinsalzes beruht nicht auf einem geringen Absorptionsvermögen desselben für die verschiedenen Wärmearten, sondern darauf, dafs es nur eine einzige Wärmeart ausstrahlt und *folglich* auch nur diese eine absorbiert, und dafs fast alle andern Körper bei der Temperatur von 150° C. Wärme aussenden, die nur einen kleinen Antheil oder gar keine von den Strahlen enthält, welche das Steinsalz aussendet«.

1) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 184 bis 186, 189, 190, 238 bis 252, 268 bis 283.

2) Monatsber. der Berl. Akademie 14. Mai 1868, S. 308, 309. Pogg. Annal. Bd. CXXXIV, S. 303, 304.

3) Monatsber. d. Berl. Akademie 17. Juni 1869, S. 482. Pogg. Ann. Bd. CXXXVIII, S. 334.

Wenn Hr. Magnus daraus, daß das Steinsalz bei 150° nur eine einzige Wärmeart aussendet, schließt, daß es auch nur diese eine absorbiert, ein Schluß, welcher bisher noch für keinen festen oder flüssigen Körper empirisch begründet ist, so erscheint es nicht unmöglich, daß er sich, überzeugt von der Allgemeingültigkeit einer bisher nur für Gase thatsächlich erwiesenen Theorie, bei dem Durchstrahlungsversuch durch Steinsalz in diesem Sinne getäuscht habe.

Bei solcher Sachlage habe ich es im Interesse dieser, für die Lehre von der strahlenden Wärme nicht unwichtigen Frage für nöthig gehalten, meinen früheren Versuchen über die Durchstrahlung der vom erhitzten Steinsalz und andern heißen Körpern ¹⁾ ausgehenden Wärmestrahlen durch Steinsalz neue hinzuzufügen.

Die große Analogie, welche nach neueren Erfahrungen der *Sylvin* in seinem Verhalten gegen die strahlende Wärme mit dem Steinsalz darbietet ²⁾, bestimmte mich, gleichzeitig auch diese Substanz der betreffenden Prüfung zu unterwerfen. Es kam darauf an zu entscheiden, ob die genannten beiden Substanzen bei der gewöhnlichen Temperatur (denn nur auf diese bezieht sich der aufgestellte Satz) die vom Steinsalz und *Sylvin* (bei etwa 150° C.) ausgestrahlte Wärme in gleichem oder ungleichem Verhältniß hindurchlassen würden.

Die Erwärmung dieser Körper geschah anfangs durch eine kleine, um 3 bis 4 Centimeter von ihnen entfernte Alkoholflamme, dann durch die nicht leuchtende Flamme eines Bunsen'schen Gas-Brenners, welche derart durch Metallschirme verdeckt waren, daß nur die Strahlen der erwärmten Kry-
stalle (welche vollkommen dunkel blieben, z. B. mit dem Finger unbeschadet berührt werden konnten, während bei den oben gedachten Versuchen mit erhitztem Steinsalz auch höhere, bisweilen zum anfangenden Glühen gesteigerte Temperaturen nicht ausgeschlossen waren) zu einer etwa 45^{cm}, dann 37^{cm}

1) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 239 ff.

2) Magnus, Pogg. Ann. Bd. CXXXIV, S. 302 bis 304. Knoblauch, Pogg. Ann. Bd. CXXXVI, S. 66 bis 70.

davon aufgestellten Thermosäule gelangten. Es wurden außerdem alle, bereits wiederholentlich von mir bezeichneten Vorsichtsmaafsregeln angewandt, um jede störende Nebenwirkung fern zu halten und bei dem Einschalten einer Steinsalz- oder Sylvinplatte vor der Thermosäule hinter einem durchbrochenen Schirm eine einfache Durchstrahlung dieser Platte zu sichern.

Nachdem vorläufige Versuche gelehrt hatten, dafs die Entfernung der Wärmequelle in dem vorliegenden Falle keinen Einflufs auf die Durchstrahlungsverhältnisse ausübte, wurde vor jeder Einschaltung der diathermanen Platte die nämliche directe Einwirkung auf die Thermosäule, d. h. stets dieselbe Ablenkung der Galvanometernadel an dem mit ihr verbundenen Multiplicator durch Rücken der Wärmequelle herbeigeführt.

Betrug dieselbe unter den directen Strahlen eines erwärmten Steinsalzstücks 13 Grad und wurde alsdann eine 5^{mm} dicke, klare und chemisch reine Steinsalzplatte aus Stafs furth vor der Thermometersäule aufgestellt, so ging die Nadel auf 11° zurück. Dasselbe war der Fall, als die Steinsalzplatte mit einer Platte von Sylvin von 4^{mm},5 Dicke vertauscht wurde.

War die Ablenkung von 13° durch Einstrahlung eines Sylvins hervorgebracht, so stellte sich die Nadel beim Einschalten derselben Steinsalzplatte wieder genau auf 11°, beim Einführen der Sylvinplatte auf 10°,75.

Es war also bei dem Durchgange durch dieselbe Steinsalzlamele keinerlei Unterschied, bei dem durch eine Sylvinlamele nur von einem Viertelgrad wahrzunehmen, die Wärmestrahlen mochten vom erwärmten Steinsalz oder vom Sylvin ausgehen.

Um dies noch sicherer festzustellen, brachte ich bei fortgesetzten Versuchen (durch Annäherung der Wärmequellen) höhere Ablenkungen durch directe Einstrahlung auf das Thermoscop hervor, begnügte mich auch nicht mit denselben, der Erwärmung ausgesetzten Krystallen, sondern wechselte reine Krystalle von verschiedener Gröfse und

Form
Beim
und
gleich
liefs
Con
strah

I
dem
nach
20°
samm

Diath
Kö

Stein
jede
3 Pl
5°

Sy
4°

Zweite
4,5°

G
1°

Zweite
3°

E
Stein
in de
unter
hafter
gab,

Form, fügte auch absichtlich solche hinzu, welche fremde Beimengungen enthielten: wie Steinsalzstücke mit Anhydrit und einen Sylvin mit Carnallit, ferner zum weiteren Vergleich die leuchtende Flamme einer Argand'schen Lampe, liefs auch mehr als eine Steinsalz- und Sylvinplatte und zur Controle Glasplatten von der Wärme dieser Quellen durchstrahlen.

Die Ablenkungen, welche bei dieser Gelegenheit nach dem Einschalten der diathermanen Körper erhalten wurden, nachdem zuvor jedesmal eine Abweichung der Nadel auf 20° bewirkt worden, sind in der folgenden Uebersicht zusammengestellt.

Diathermane Körper.	Erwärmtes reines Steinsalz.	Erwärmtes reines Steinsalz von andern Dimensionen.	Steinsalz mit Anhydrit.	Steinsalz mit Anhydrit von andern Dimensionen.	Erwärmter reiner Sylvin.	Sylvin mit Carnallit.	Argand'sche Flamme mit Glas-cylinder.
Steinsalz, jede der 3 Platten 5 ^{mm} .	18	18	18	18	18	18	18
Sylvin 4 ^{mm} .	18	18	18	18	17,75	17,75	18
Zweite Platte 4,5 ^{mm} .	18	18	18	18	17,50	17,50	18
Glas 1 ^{mm} .	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	6,00
Zweite Platte 3 ^{mm} .	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	4,25

Es geht daraus hervor, dafs keine der drei untersuchten Steinsalzplatten von 5^{mm} Dicke die geringsten Unterschiede in dem Verhalten gegen die, vom reinen oder mit Anhydrit untermengten Steinsalz, vom reinen oder mit Carnallit behafteten Sylvin ausgestrahlte dunkle Wärme zu erkennen gab, ja dafs eine jede diese dunkle, von den verschiedenen

Körpern ausgehende Wärme — in voller Uebereinstimmung mit allen früheren, hieher gehörigen Erfahrungen — in ganz demselben Verhältniß wie die leuchtende einer Lampe hindurchliefs.

Bei den *Sylvinlamellen* zeigte sich ein unbedeutender Rückgang der Galvanometernadel, wenn die Wärme vom *Sylvin* ausging, im Vergleich mit den Ablenkungen unter den Strahlen der übrigen Wärmequellen.

Die *Gläser* haben die bekannte Erscheinung gezeigt, dafs sie die dunkle Wärme in hohem Grade, weniger die leuchtenden Quellen absorbiren.

Dafs man es wirklich mit der Durchstrahlung der zu prüfenden Wärmearten zu thun hatte, ergiebt sich daraus, dafs die Fortnahme oder das Verdecken der erhitzten Krystalle sofort die Nadel des Thermomultiplicators auf 1,5 zurückgehen liefs, auf welcher Stelle sie auch verharrete, die diathermane Platte mochte unter diesen Umständen vor der Thermosäule aufgestellt seyn oder nicht. Ausser der unvermeidlichen, ursprünglich in der Thermosäule vorhandenen, geringen Temperaturdifferenz auf beiden Seiten derselben, welche diese Abweichung von 1,5 (die, streng genommen, von jeder andern wirklich beobachteten Ablenkung in Abzug zu bringen wäre) erzeugte, hat demnach keine fremdartige Einstrahlung auf die Thermosäule stattgefunden, auch die eigene Wärme der eingeschalteten diathermanen Körper keinen störenden Einflufs auf die Beobachtungen ausgeübt.

Wenn nach diesen Ermittlungen die angestellten Versuche in der That ausschliesslich diejenigen Wärmearten betroffen haben, um deren mehr oder minder reichlichen Durchgang, insonderheit durch Steinsalz und *Sylvin* es sich handelt, wenn die controlirenden Gegenversuche mit den Gläsern die bekannten Durchstrahlungsverhältnisse liefern, demnach jedem Physiker die Ueberzeugung verschaffen werden, dafs, wo Unterschiede vorhanden waren, sie bei dem angewandten Verfahren auch aufgetreten sind, wenn endlich selbst die geringen Unterschiede beim Durchgange der Wärme durch den *Sylvin* der Beobachtung nicht entgingen,

so is
von
so be
tiger
auf g
welch
den
mach
I
auch
sind,
ständig
weifs
mane
achtu
gethe
einsti
Mitgl
welch
zu n
gebli
F
Me l
fache
bische
jetzt
chem
Temp
Verh
cin

so ist es nicht zu verstehen, weshalb bei Steinsalzplatten von der fünffachen Dicke derjenigen des Glases, welches so bedeutende Unterschiede in dem Durchgange ungleichartiger Wärmestrahlen erkennen liefs, die so charakteristischen, auf grofse Wärmemengen gerichteten Absorptionswirkungen, welche Hr. Magnus in dem Steinsalz unter den vorliegenden Bestrahlungen voraussetzt, sich nicht hätten geltend machen sollen, wenn sie überhaupt existirten.

Ich könnte noch hinzufügen, dafs die Untersuchungen auch auf Steinsalzstücke von 25^{mm} Dicke ausgedehnt worden sind, aber ich halte es für überflüssig, die betreffenden *bestätigenden* Resultate im Einzelnen mitzutheilen, weil ich weifs, dafs durch die Vergrößerung der Dicke der diathermanen Körper die Zuverlässigkeit der Durchstrahlungs-Beobachtungen nicht gewinnt, während die Sicherheit der mitgetheilten, immer aufs Neue wiederholten und in sich übereinstimmenden eine solche ist, dafs auch Anderen, z. B. den Mitgliedern des hiesigen naturwissenschaftlichen Vereins, welche sich der Mühe unterzogen, dieselben in Augenschein zu nehmen, kein Zweifel über deren richtige Beurtheilung geblieben ist.

Hrn. Magnus's Einwand gegen den behandelten, von Melloni und mir vertretenen Satz, welcher nur die einfache Logik der Thatsachen ausspricht, hat sich demnach bisher an der Erfahrung nicht bestätigt gefunden: es ist bis jetzt kein Factum erwiesen, welches dagegen spricht, dafs *chemisch reines und klares Steinsalz bei der gewöhnlichen Temperatur allen Wärmestrahlen den Durchgang in gleichem Verhältnifs gestatte und dafs in dieser Eigenschaft der Sylvin ihm am nächsten stehe.*

VI. *Ueber eine Vereinfachung in der Construction und dem Gebrauch der Holtz'schen Influenzmaschine erster Art;
von J. C. Poggendorff.*

(Aus d. Monatsbericht. d. Berlin. Akademie, April 1869).

Diese gegenwärtig sehr verbreitete Maschine besteht, wie bekannt, aus einer drehbaren und einer festen Glasscheibe, von welchen die letztere mit Ausschnitten versehen ist, entweder in Gestalt eigentlicher, nach dem Rande hin offener Sektoren, oder in Gestalt kreisrunder oder ovaler Oeffnungen von beträchtlicher Gröfse. Die letztere Einrichtung ist die bessere und daher auch jetzt allgemein übliche, weil man dabei die ruhende Scheibe mit Leichtigkeit in jede beliebige Stellung versetzen kann.

Ueber den Nutzen und die Nothwendigkeit dieser Ausschnitte ist, meines Wissens, noch keine recht präcise Ansicht ausgesprochen. Hr. Holtz äußert beiläufig in seiner ersten Abhandlung ¹⁾, die Ausschnitte hätten den Zweck, den bindenden Einfluß der auf der Rückseite der festen Scheibe angehäuften Elektricität zu unterbrechen und somit die Elektricität der rotirenden Scheibe frei zu machen. Diese Theorie ist mir, muß ich gestehen, niemals recht einleuchtend gewesen, und vollends wurde ich irre an ihr als ich fand, daß man die Ausschnitte oder Fenster (wie die Franzosen sagen) unter gewissen Bedingungen durch Glas oder Kamm-Masse verschließen kann, ohne dadurch die Wirkung der Maschine sonderlich zu beeinträchtigen. Da ich aber andererseits auch keinen Vortheil von diesem Verschlusse sah, so liefs ich die Sache liegen.

Erst vor einiger Zeit wurde ich wieder auf den Gegenstand zurückgeführt, indem ich mich gewisser Thatsachen erinnerte, welche ich schon zu Ende des Jahres 1866 beobachtet, zum Theil in der Klassensitzung vom Februar 1867 mitgetheilt, und seitdem oftmals bestätigt gefunden habe.

1) Ann. d. Phys. und Chem. Bd. 126, S. 162.

Unter Anderem zeigte ich damals, daß die Maschine auf dreierlei Art erregt werden kann. Erstlich von der Rückseite her, auf die gewöhnliche Weise, indem man einem der Belege durch Vertheilung oder Mittheilung Elektricität zuführt. Zweitens von der Vorderseite her, indem man aus einer anderen Elektricitätsquelle, entweder einer zweiten Maschine oder einer geladenen Flasche, Elektricität durch die Metallkämme auf die rotirende Scheibe ausströmen läßt. Und drittens auf intermediäre Weise mittelst der ruhenden Scheibe, nachdem man dieselbe durch vorherigen Gebrauch der Maschine in ihren beiden Hälften entgegengesetzt elektrisch gemacht und die Belege ableitend berührt hat.

Auf welche Weise nun auch die Maschine in Thätigkeit gesetzt worden seyn mochte: immer fand ich, daß der Zahn der Belege, dieser mysteriöse Theil der Holtz'schen Maschine, der dieselbe wesentlich zu einem bis dahin unbekannten, ganz neuen Instrumente macht, während der Rotation der beweglichen Scheibe nicht einfach elektrisch ist, sondern sich in einem polaren Zustand befindet, vermöge dessen er die eine Elektricität aus seiner Spitze und die entgegengesetzte aus seiner Basis aussendet, wie denn auch das bei einem isolirten Leiter, der influencirt wird, nicht anders als in der Ordnung ist.

Wird der Spitze eines solchen Zahnes z. B. positive Elektricität zugeführt, indem man sie mit dem positiven Knopf einer geladenen Flasche oder dem Deckel eines Elektrophors berührt, so giebt diese Spitze während der Rotation nicht positive Elektricität aus, sondern negative, und die positive Elektricität wendet sich zur Basis des Zahns, welche dem benachbarten Metallkamm, der in diesem Falle negative Elektricität ausströmt, directer gegenübersteht.

Umgekehrt, wenn man durch einen Metallkamm negative Elektricität auf die rotirende Scheibe ausströmen läßt, wird der gegenüberstehende Beleg, so wie die Basis des Zahnes, positiv und die Spitze des letzteren giebt negative Elektricität aus.

Schon hierdurch überzeuete ich mich, daß der Papier-

beleg, auch wenn er gefirnist worden, was man übrigens jetzt meistens unterläßt, gleich dem Zahne, ein Leiter der Elektrizität ist, und nothwendiger Weise seyn muß, wenn die Maschine in Wirksamkeit gelangen soll. Ein gezahnter Beleg von Glimmer, also einem Isolator, dessen Anbringung an der ebenfalls isolirenden Glasplatte schon vorweg nichts erwarten läßt, giebt auch keine Wirkung. Dagegen kann das Papier ganz füglich durch Stanniol, also einen metallischen Leiter, ersetzt werden, obwohl gerade nicht mit praktischem Vortheil, weil dabei die Wirkung, wegen der schnellen Entweichung der Elektrizität, viel schwächer ist und bald erlischt, wenn man die Elektroden etwas weit auseinander zieht. Wie sehr die Elektrizität aus einem solchen Stanniolbeleg entweicht, zeigt sich besonders wenn er positiv, die Zahnspitze also negativ ist; dann sieht man im Dunklen lange zarte Funken aus ihm hervorschießen. Gewiß war es ein glücklicher Griff, daß Hr. Holtz gerade einen solchen Halbleiter, wie das Papier ist, zu den Belegen wählte.

Diese und andere Erscheinungen, welche mich in der Ansicht bestärkten, daß die Papierbelege der Maschine nicht mit dem Kuchen des Elektrophors parallelisirt werden können, gewährten mir auch einen deutlicheren Blick in die Function der Ausschnitte der festen Scheibe.

Ich erkannte, daß diese Ausschnitte keinen anderen Nutzen haben und haben können als den, die von der Basis der Zähne ausströmende Elektrizität zu den mit ihr über den Rand leitend verbundenen Belegen zu führen und somit auf der Außenseite der festen Scheibe auszubreiten. Und damit war denn auch alsbald eine Construction gegeben, welche die Ausschnitte überflüssig macht.

Ich ließ nämlich in die feste Scheibe zwei diametrale Löcher bohren, so groß wie ungefähr einen Silbergroschen (18^{mm} im Durchmesser), füllte jedes derselben durch eine Korkscheibe aus, und klebte nun auf die innere Seite dieser Scheiben die Papierzähne, und auf die äußere die Papierbelege. Dadurch war denn, ohne offene Ausschnitte in

der Scheibe, eine leitende Verbindung zwischen den Zähnen und den Belegen hergestellt.

Meine Erwartungen von dieser Construction wurden vollkommen erfüllt. Ich hatte vorweg keine grössere Wirkung von ihr erwartet, als man mit der alten Construction bekommt, aber sie wirkte auch um nichts schwächer als diese. Weder in der Funkenlänge, noch in der Elektrizitätsmenge, fand ich irgend einen merklichen Unterschied mit der, welche dieselbe Maschine versehen mit grossen offenen Ausschnitten gab. Nur war es nöthig, die Zähne so zu biegen, daß sich ihre Spitzen in der Mitte des Abstandes beider Scheiben befanden.

Diese Construction hat zunächst den praktischen Nutzen, daß sie die Maschine wohlfeiler macht; denn das Ausbohren eines kleinen Loches ist minder kostspielig als das Ausschneiden einer grossen Oeffnung mit dem Diamant, zumal dabei die Scheiben mitunter wohl zerspringen.

Allein sie gewährt auch noch andere Vortheile. Fürs Erste kann man sich dadurch einen deutlichen Beweis verschaffen, daß die Belege an der Aufsen- und die Zähne an der Innenseite der festen Scheibe befindlich seyn müssen wenn die Maschine soll in Thätigkeit gebracht werden können. Kehrt man nämlich diese Scheibe um, so daß die Belege nach Innen, und die Zähne nach Aufsen zu liegen kommen, so giebt die Maschine keine Wirkung, wenn man auch, was dann nothwendig ist, die bewegliche Scheibe in umgekehrter Richtung rotiren läßt, damit sie sich gegen die Spitzen der Zähne bewege ¹⁾.

Fürs Zweite kann man nun mit derselben Maschine die einfache und die doppelte Elektrizitätsmenge erzeugen, ohne mehr als eine feste Scheibe zu gebrauchen. Besonders leicht geschieht dasselbe, wenn die Maschine die ihr neuerdings

1) Beiläufig bemerkt habe ich mich auch durch Versuche überzeugt, daß Zähne an der Innenseite der Ausschnitte ohne Belege an der Aufsen- seite, oder umgekehrt die letzteren ohne die ersteren, keine Wirkung geben.

von Hrn. Holtz gegebene Einrichtung der einseitigen Axe besitzt ¹⁾).

Um eine Maschine auf Erzeugung der doppelten Elektrizitätsmenge einzurichten, muß sie bekanntlich mit vier Metallkämmen versehen werden, und man hatte ihr zu dem Ende außer der gewöhnlichen festen Scheibe noch eine zweite mit vier Ausschnitten und vier gezahnten Belegen beigefügt. Zugleich hatte man sich darauf gesetzt, die Wirkung der so abgeänderten Maschine zwischen denselben Elektroden beobachten zu wollen, welche man bei einer Maschine mit nur zwei Ausschnitten benutzt. Diefs machte aber eine sehr complicirte Verbindungsweise der Kämmen nöthig, die noch dazu überflüssig war, da die Schlagweite bei einer solchen Maschine, aus einem bisher noch nicht recht aufgeklärten Grunde, immer nur sehr gering ist, man also doch die Elektroden nie sehr weit, höchstens einen Zoll, aus einander ziehen kann.

Zum Laden von Flaschen, zur Hervorbringung langer Funken und Büschel, ist eine solche Maschine nicht tauglich; ihr Nutzen beschränkt sich hauptsächlich auf die Licht-Erscheinungen in evacuirten Gasen, aber dabei hat sie wirklich Vorzüge vor der einfachen Maschine.

Mein Verfahren, um den angedeuteten Zweck zu erreichen, ist nun folgendes. Zunächst versehe ich die feste Scheibe mit vier gezahnten Belegen von der beschriebenen Einrichtung, um einen Quadranten von einander abstehend.

Ich habe mich überzeugt, daß diels der Benutzung von nur zwei Belegen, zur Hervorbringung der einfachen Elektrizitätsmenge keinen Abbruch thut. Wenn ich nämlich jeden der kleinen horizontalen Belege durch einen ihm an Breite gleichen quadrantenförmigen Streif von dünnem Postpapier nach oben und unten um gleichviel, also um 45° verlängere und den schrägen Hülfsconductor einsetze, be-

1) Eine Scheibe mit vier offenen Ausschnitten läßt sich allerdings auch für zwei Metallkämme benutzen; allein es schien mir doch immer, daß dabei die Elektrizitätsmenge und die Funkenlänge geringer sey als die, welche man mittelst einer Scheibe mit nur zwei Ausschnitten bekommt.

komme ich dieselbe Funkenlänge und dieselbe Elektricitätsmenge wie im Fall die feste Scheibe unter gleichen Umständen nur zwei Belege mit offenen Ausschnitten besitzt¹⁾).

Um nun die doppelte Elektricitätsmenge zu erhalten, muß man, nachdem die beiden bogenförmigen Hilfsbelege entfernt worden sind, den schrägen Conductor senkrecht stellen, und die horizontalen Elektroden dicht zusammen schieben, so daß die diametral gegenüber liegenden Kämme paarweise metallisch mit einander verknüpft sind und vor den Belegen stehen. Wird nun zwischen den beiden Metallbogen, d. h. zwischen dem verticalen Hilfsconductor und dem horizontalen Elektrodenbogen eine leitende Verbindung hergestellt, z. B. durch eine evacuirt Röhre, so bekommt man in dieser die doppelte Elektricitätsmenge, sobald man die Maschine auf die gewöhnliche Weise erregt. Diese

- 1) Zu den räthselhaften Erscheinungen, an welchen die Influenzmaschine so reich ist, gehört unter Andern auch die, daß wenn die beiden bogenförmigen Papierstreifen, welche, wie eben erwähnt, die kleinen horizontalen Belege verlängern, sich nur einseitig bis zu dem schrägen Conductor erstrecken, also etwa bis zu einer Größe von 45° , Strom Umkehrungen vorkommen, sobald die Elektroden sehr weit auseinander gezogen werden. Zwar habe ich solche Umkehrungen nicht immer, und nicht bei Flaschen-Entladungen bemerkt, sondern nur bei der Büschelbildung: allein die neue Einrichtung würde doch erheblich zurückstehen gegen die alte mit offenen Ausschnitten, die von diesem Uebelstande frei zu seyn scheint, wenn er sich nicht entfernen ließe. Glücklicherweise ist dieß aber zu bewerkstelligen, und zwar dadurch, daß man die horizontalen Belege auch abwärts von dem schrägen Conductor um etwa 45° verlängert, also ihnen im Ganzen eine Ausdehnung von 90° giebt.

So sonderbar die Umstände zuweilen bei den Umkehrungen sind, ebenso sind sie es hinsichtlich der Funkenlänge. Manchmal will es weder bei der alten, noch bei der neuen Einrichtung, durchaus nicht gelingen diese auf das Maximum zu bringen, und es zeigt sich, daß dann der Strom in dem schrägen Hilfsconductor eine große Stärke hat. Nun ist es zwar begreiflich, daß der Strom zwischen den Elektroden abnehmen muß, wenn er in jenem Conductor zunimmt; aber weshalb er hierin unter scheinbar gleichen Umständen nicht immer diese schädliche Stärke hat, das ist schwer erklärlich. — Reinheit der Glasflächen hat übrigens einen großen Einfluß auf diese Anomalien.

Erregung erfolgt durch geriebene Kamm-Masse oder durch den Deckel eines Elektrophors fast momentan, aber erst dann, nachdem die letztere Verbindung hergestellt ist, d. h. alle vier Kämme leitend mit einander verbunden worden sind.

Um die eben genannte Verbindung leicht zu bewerkstelligen, ist der Hilfsconductor vorn, in der Verlängerung des Zapfens, mittelst dessen er an der Axe der Maschine befestigt wird, versehen mit einem hohlen Fortsatz von etwa drittehalb Zoll Länge und einen halben Zoll Dicke, der an seinem Ende eine Kugel trägt. An diese wird die isolirte Kugel eines kleinen beweglichen Stativs geschoben, und letzteres durch die zu untersuchende Geißler'sche Röhre mit dem Elektrodenbogen verknüpft. Diese Vorrichtung hat den Zweck, ganz nach Belieben, den directen, den discontinuirlichen oder den explosiven Strom benutzen zu können; im ersten Fall schiebt man die eben genannten beiden Kugeln dicht zusammen, im zweiten rückt man sie etwas auseinander, im dritten fügt man noch ein Paar kleiner Flaschen hinzu, die man respective an den Fortsatz des Hilfsconductors und an den Elektrodenbogen anlegt, während sie äußerlich leitend mit einander verknüpft sind.

Alles dieses sieht in der Beschreibung weitläufiger aus, als es in der Wirklichkeit ist. In höchstens zwei Minuten ist die Maschine von der einfachen Elektrizitätsmenge auf die doppelte gebracht und eben so schnell wieder auf die einfache zurückgeführt, ohne daß man nöthig hat, sie auseinander zu nehmen, wie es früher erforderlich war. Ich glaube daher, daß es zweckmäßig seyn wird, künftig alle Maschinen, namentlich die mit einseitiger Axe, auf die beschriebene Weise vorzurichten.

Nur im Fall man die Absicht hätte, die Rolle der festen Scheibe genauer zu untersuchen, wäre es vielleicht nicht überflüssig, der Maschine auch eine solche Scheibe mit nur zwei gezahnten Belegen beizufügen.

Wie vorhin erwähnt und wie schon in der Klassensitzung vom Febr. 1867 von mir gezeigt worden ist, kann

nämlich die Maschine auch durch die feste Scheibe, wenn sie zuvor in ihren beiden Hälften entgegengesetzt elektrisch gemacht ist, in Thätigkeit versetzt werden.

Läßt man nämlich die bewegliche Scheibe eine Zeit lang rotiren, hält sie nun an, nimmt von den Belegen und Elektroden durch ableitende Berührung alle Elektricität fort, und erneuert darauf die Rotation, so kommt die Maschine wiederum zur vollen Thätigkeit. Diefes ist Wirkung der festen Scheibe, was auch daraus hervorgeht, dafs wenn man diese Scheibe während der Ruhezeit um 180° gedreht hat, der neu entstehende Strom in seiner Richtung dem anfänglichen entgegengesetzt ist.

Auch wenn die (zuvor polarisirte) feste Scheibe während der Ruhezeit nur um 90° verstellt worden ist, gelangt die Maschine bei abermaliger Rotation wiederum zur Wirksamkeit. Und dieser Fall ist besonders interessant, weil dabei die gezahnten Belege, wenn deren nur zwei an der Scheibe vorhanden sind und sie die gewöhnliche Gröfse nicht überschreiten¹⁾, außer Activität gesetzt werden.

Der entstehende Strom ist rein die Wirkung zweier aus der polaren Elektrisirung der festen Scheibe hervorgegangener Elektrophore, eines positiven und eines negativen, vor welchen die bewegliche Scheibe rotirt: und daher erhält man ihn in gleicher Stärke und gleicher Richtung, welche eine Richtung die Rotation dieser Scheibe auch haben mag;

- 1) Werden dagegen diese Belege, wie es Hr. Holtz in neuerer Zeit zur vermehrten Wirksamkeit des schrägen Conductors gethan hat, durch einen angelegten bogenförmigen Streif von dünnem Papier bis zu einem Quadranten verlängert, so dafs ihre Enden bei der angegebenen Stellung der festen Scheibe bis zu den horizontalen Metallkämmen hinreichen, so sind die Erscheinungen im Ganzen dieselben wie im Fall, wenn die feste Scheibe nicht um 90° gedreht hätte. Der entstehende Strom ist aber wenig stabil und schwach, und der Hülfsconductor, wie er auch gestellt seyn mag, vernichtet ihn gänzlich.

Bei solchen quadrantenförmigen Belegen und der angegebenen Stellung der festen Scheibe läfst sich übrigens der Strom, wenn diese Scheibe noch ganz indifferent ist, auf die gewöhnliche Weise erregen. Nur ist er viel schwächer als im Fall die Kämmen den Zähnen näher stehen; auch ist dabei der Hülfsconductor nicht anwendbar.

nur die Lichtpinsel an der Scheibe kehren sich um bei einem Wechsel der Rotation; sie sind dieser immer entgegengesetzt.

Die Richtung dieses Elektrophorstroms hängt lediglich davon ab, in welchem Sinne die feste Scheibe verstellt worden ist, da die Metallkämme immer die entgegengesetzte Elektricität von derjenigen ausströmen, welche die ihnen gegenüberstehenden Hälften dieser Scheibe besitzen.

Die Stärke des Stroms ist ganz ansehnlich; ich habe mittelst seiner Funken von fünf Zoll Länge erhalten, und wenn die Metallkämme bloß durch einen metallischen, flüssigen oder gasigen Leiter verbunden sind, besitzt er auch eine beträchtliche Dauer.

Dennoch aber kann er den eigentlichen Strom der Holtz'schen Influenzmaschine weder ersetzen, noch wie Bertsch glaubt, der ihn durch einen Kautschuck-Elektrophor hervorgerufen hat¹⁾, erklären. Es mangelt ihm das sinnreiche Princip der steten Erneuerung der Elektricität, durch welches die Holtz'sche Maschine, so lange sie in Rotation gehalten wird und die Elektroden eine genügend ausgleichende Verbindung der Metallkämme darbieten, zu einer unerschöpflichen Elektricitätsquelle wird.

Der Elektrophorstrom nimmt allmählig ab, nicht allein weil die Elektrophore ihre Kraft nach und nach verlieren, sondern auch, weil sie von Seiten der rotirenden Scheibe und der Metallkämme eine Rückwirkung erfahren, vermöge welcher sie langsam in einem anderen Sinne elektrisirt werden. Beweis davon giebt der Umstand, daß wenn die feste Scheibe wieder in ihre ursprüngliche Stellung zurück versetzt wird, man entweder keinen Strom bekommt, oder einen, der dem anfänglichen entgegengerichtet ist.

Wenn nun auch nach Allem diesem dem Elektrophorstrom kein practischer Werth beigelegt werden kann, so hat er doch andererseits theoretisches Interesse genug, um es wünschenswerth erscheinen zu lassen, der Maschine eine zur Beobachtung desselben geeignete Einrichtung zu geben.

1) *Compt. rend. T. LXIII* (1866) p. 771.

Man könnte ihr zu dem Ende eine feste Scheibe mit zwei Belegen hinzufügen; allein ich glaube, daß dies nicht gerade nothwendig wäre, es vielmehr hinreichen würde, an der Scheibe mit vier Belegen zwei der Zähne abnehmbar zu machen, was bei der vorhin beschriebenen Einrichtung jedenfalls keine Schwierigkeit hätte. Versucht habe ich indess noch nicht.

Schließlich sey hier noch einer interessanten Combination gedacht, durch welche man neben dem eigentlichen Strom der Maschine, den ich den Hauptstrom nennen will, einen zweiten Strom bekommt, der als Nebenstrom zu betrachten ist ¹⁾.

Zu dem Ende muß die feste Scheibe mit zwei gezahnten Belegen von gewöhnlicher GröÙe versehen seyn, und so gestellt werden, daß der eine dieser Belege senkrecht unter dem andern liegt. Bringt man nun vor ihnen den drehbaren Hülfsconductor ebenfalls in lothrechter Stellung an, so kann man sie in gewöhnlicher Weise erregen ²⁾, und in den Elektroden der horizontalen Kämme, denen keine gezahnten Belege gegenüberstehen, den Nebenstrom hervorrufen.

Der letztere Strom geht offenbar, der Hauptsache nach, von der rotirenden Scheibe aus. Führt man nämlich dem oberen Beleg z. B. positive Elektricität zu, indem man ihn mit dem Deckel eines Elektrophors berührt, so strömt der gegenüberstehende Kamm des senkrechten Conductors negative Elektricität auf die Scheibe. Durch die Rotation wird diese negative Elektricität an den rechtsliegenden horizontalen Kamm geführt, der dem gemäß positive Elektricität ausströmt. In ähnlicher Weise giebt, bei der angenommenen Erregung, der untere Kamm des lothrechten Conductors positive Elektricität aus, welche von der rotirenden Scheibe

1) Dieser Abschnitt ist nach späteren Erfahrungen etwas verändert und erweitert worden. P.

2) Zur Erregung des Hauptstromes ist jedoch nöthig die Elektroden des Nebenstroms etwas auseinander zu ziehen; sonst geschieht sie äußerst schwierig, vielleicht gar nicht.

vor den links liegenden horizontalen Kamm geführt wird und diesen zur Ausströmung von negativer Elektricität veranlaßt.

Vom Negativen zum Positiven gerechnet, geht also der Strom in dem lothrechten Conductor von oben nach unten, und in den horizontalen Elektroden von links nach rechts. Würde der letztere Strom von der festen Scheibe hervorgebracht, so müßte er, da diese Scheibe durch die Belege umgekehrt elektrisirt wird wie die rotirende, durch den lothrechten Conductor, entgegengesetzte Richtung haben. Diefs bestätigt auch die Erfahrung. Denn wenn man den lothrechten Conductor fortnimmt, bekommt man ebenfalls einen Nebenstrom, der aber schwächer ist und entgegengesetzte Richtung besitzt.

Der Strom, den man bei Anwesenheit des lothrechten Conductors beobachtet, ist also nur die Differenz zweier Nebenströme, und diefs erklärt wohl zur Genüge, weshalb dieser complexe Strom verhältnißmäßig so gering an Elektricitätsmenge ist. Die Funken, welche man durch Einschaltung von Flaschen bekommt, folgen nur langsam auf einander, aber sie haben dafür eine bedeutende Schlagweite. Wenn ich die negative Elektrode in einer zwei Zoll großen Kugel endigen lasse, erhalte ich Funken von über sechs Zoll Länge.

Es ist sogar eine Eigenthümlichkeit dieser Combination, daß man die langen Funken besser erhält als die kurzen. Je länger die Funken im Nebenstrom sind, desto besser entwickelt sich der Hauptstrom, der hier gleichsam die Stelle des Reibzeugs der gewöhnlichen Elektrisirmaschine vertritt, indem er die rotirende Scheibe mit Elektricität versieht.

Wenn man die Funken des Nebenstroms eine längere Zeit entwickelt, so beobachtet man, daß sie immer langsamer und langsamer auf einander folgen und endlich ganz aufhören. Diefs ist offenbar eine Wirkung des entgegengesetzten Nebenstroms der hinteren festen Scheibe, die um so stärker elektrisirt wird, je länger die Operation dauert.

Um diesen Uebelstand zu entfernen, liefs ich die feste

Sche
groß
die
geza
geäm
tun
Fun
auch
in d
er r
sich
geci
Gra

VII
v

V
Höl
ten
Ric
stro

$h =$

1)

Scheibe vor den Kämme der horizontalen Elektroden mit großen Ausschnitten versehen, so daß auf diese Kämme nur die rotirende Scheibe wirken konnte. (Während an den gezahnten Belegen vor dem lothrechten Conductor nichts geändert wurde.)

Der Erfolg dieser Abänderung entsprach der Erwartung.

Der hintere Nebenstrom war entfernt worden, und die Funken erschienen nun in gleichem Tempo, wie lange man auch die Operation unterhalten mochte.

Die gleiche und langsame Entwicklung der Elektricität in diesem Strom, verbunden mit der guten Eigenschaft, die er mit dem vorhin genannten Elektrophorstrom gemein hat, sich niemals umkehren zu können, machen ihn vorzugsweise geeignet, Flaschen und Batterien bis zu einem festgesetzten Grade zu laden.

VII. Ueber das Höhenmessen mit dem Barometer: ¹⁾ von Dr. Richard Rühlmann in Karlsruhe.

Wenn bei Ableitung der Gleichungen für barometrische Höhenmessungen auf die Anziehungen derjenigen Erdschichten Rücksicht genommen wird, welche sich in vertikaler Richtung vom Meereshorizont bis zu den Stationen erstrecken, so lautet die Formel:

$$h = \frac{0^{\text{met}},76 \cdot D}{A \cdot M} \left\{ 1 + \alpha \frac{t' + t''}{2} \right\} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1-r}{2} \left(\frac{\sigma'}{b'} + \frac{\sigma''}{b''} \right)} \right\} \left\{ 1 + \frac{2z+h}{r_q} \right\} \\ \times \left\{ \frac{1}{1 - a \cos 2q} \right\} \left\{ \log \frac{b'}{b''} + \frac{h}{r_q} \cdot M \left(2 + \frac{3}{2} \delta \right) \right\}.$$

Hierin bedeutet: D die Dichte des Quecksilbers bei 0° ,

- 1) Ein Auszug aus diesem Artikel ist durch Hrn. Geheimrath Dove in der Königl. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin (Sitzung vom 15. März 1869) mitgetheilt worden.

A die Dichte der Luft bei 0^{met} , 76 Druck und 0° Temperatur, M den Modulus des Brigg'schen Logarithmensystems, t' Temperatur, b' Barometerstand, σ' Dunstdruck an der unteren, t'' , b'' , σ'' die entsprechenden Werthe an der oberen Station, α den Ausdehnungscoëfficienten der Luft, c die Dichte des Wasserdampfes, die der Luft gleich 1 gesetzt, z die Höhe der unteren Station über dem Meere, r_q den für die betreffende Breite q geltende Erdradius, a den Coëfficient für Aenderung der Schwere mit der Breite, δ die Dichte der oberen Erdschichten, die mittlere Dichte der Erde als Einheit angenommen.

Die Voraussetzungen dieser Formel sind die folgenden:

- 1) daß die Atmosphäre sich im Gleichgewicht befinde,
- 2) daß für die mittlere Temperatur des zwischen beiden Stationen liegenden Luftgewichtes das arithmetische Mittel der Temperatur an der oberen und unteren Station gesetzt werden könne, 3) daß für die Aenderung der Dichte der Luft durch den in ihr enthaltenen Wasserdampf das arithmetische Mittel dieser Aenderungen an der oberen und unteren Station eingeführt werden dürfe.

Diese Formel weicht von der von Laplace in der *Mécanique céleste* gegebenen nur wenig ab; diese letztere aber hat mir, nach Einführung der Regnault'schen Bestimmungen der betreffenden Constanten und Berücksichtigung des Einflusses des Wasserdampfes, zur Berechnung einer großen Zahl barometrischer Höhenmessungen gedient.

Aus Beobachtungen, welche ich mit Hrn. Dr. Albrecht im Jahre 1864 am Valtensberge in Sachsen (Höhendifferenz beider Stationen 869 Par. Fufs) angestellt habe, und aus sechsjährigen Mitteln der meteorologischen Beobachtungen, welche in Genf und auf dem großen St. Bernhard unter Plantamour's Leitung angestellt werden (Höhendifferenz 2070^{met}) haben sich folgende Erfahrungsergebnisse ergeben.

- 1) Die aus Barometer- und Thermometerbeobachtungen berechneten Höhen sind im Allgemeinen am Tage wesent-

lich größer als bei Nacht, sie zeigen eine bedeutende tägliche Periode.

2) Die barometrisch bestimmten Höhen erreichen ihr Maximum kurz vor der Zeit der höchsten Tagestemperatur (also meist gegen 1^h), sinken dann rasch während des Nachmittags, langsamer während der Nacht und erreichen ihren kleinsten Werth nahe zur selben Zeit, wo auch die Temperatur am niedrigsten ist. Vom Minimum aus steigt die Curve dann rasch und steil bis zum Maximum gegen Mittag.

Ein kleines relatives Maximum, ungefähr 2 bis 3 Stunden vor dem Minimum, scheint mehrfach angedeutet, tritt aber nicht immer unzweifelhaft hervor.

3) Die tägliche Periode zeigt sich ferner nur deutlich bei Tagen, an denen bei nahe wolkenlosem Himmel eine regelmäßige Bestrahlung durch die Sonne bei Tage und eine ungestörte Ausstrahlung der Wärme des Erdbodens gegen den kalten Himmelsraum stattfindet.

An trüben oder windigen Tagen vermindert sich die Amplitude der Periode sehr, ohne jedoch ganz zu verschwinden. Die Größe der täglichen Periode ist auch von den localen Verhältnissen sehr abhängig; sie scheint besonders da wesentlich hervorzutreten, wo die Aus- und Einstrahlungsfähigkeit des Bodens für Wärme groß, die Wärmecapacität desselben aber gering ist.

Nur für kurze Zeit kann dieselbe durch zufällige Störungen der normalen Verhältnisse ganz zum Verschwinden gebracht werden. Der Charakter der täglichen Periode ist in den einzelnen Monaten, den sehr verschiedenen Umständen der Jahreszeiten entsprechend, sehr verschieden. Die Sommer Monate zeigen sehr große Ausdehnung der täglichen Periode (mit einer mittleren Amplitude von 40^{met} bei einer Höhe von 2070^{met}), während dieselbe in den Herbst- und Wintermonaten sehr klein wird, im December aber fast ganz verschwindet (die mittlere Amplitude beträgt für die gleiche Höhe dann nur noch 13^{met}).

4) Die aus Tages- und Monatsmitteln berechneten Höhen zeigen eine jährliche Periode. Dieselben sind im Winter

zu klein und im Sommer zu groß. Die Amplitude der jährlichen Periode ist jedoch geringer als die der täglichen.

5) Die Jahresmittel meteorologischer Beobachtungen geben Höhen, welche von den wahren Werthen sich immer nur sehr wenig entfernen.

6) Die Perioden der barometrisch gefundenen Höhen, die täglichen sowohl als die jährlichen, zerfallen in zwei Theile, von denen der eine, und zwar der bei weitem größere, von den Variationen der Temperatur und der andere von den Variationen der Barometerstände herkommt. Diese beiden Theilperioden haben im Allgemeinen entgegengesetztes Vorzeichen.

Bildet man nämlich

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} \cdot \Delta \tau \equiv A$$

und

$$\frac{\partial h}{\partial b'} \cdot \Delta b' - \frac{\partial h}{\partial b''} \cdot \Delta b'' \equiv B$$

wo man unter $\Delta \tau$ die Abweichung der eingeführten Lufttemperatur von ihrem Mittel und unter Δb die Abweichung des eingeführten Barometerstandes von seinem Mittel versteht, so setzen diese beiden Größen selbstverständlich (den Feuchtigkeitsgehalt der Luft in der Periode als constant vorausgesetzt) die Abweichung Δh der berechneten Höhe von der aus den Mitteln gefundenen dar, d. h.

$$\Delta h = A + B.$$

Hierin entspricht B der Aenderung des Luftgewichtes in der Periode. Wäre also τ richtig bestimmt, so müßte:

$$A = -B \text{ und } \Delta h = 0$$

seyn.

Man sieht also, daß τ nicht richtig bestimmt seyn kann, und da man die Perioden in verhältnißmäßig gleicher Ausdehnung auch bei sehr kleinen Höhen findet, wo man sicher eine der Höhe proportionale Aenderung der Lufttemperatur annehmen kann, so kommt man zu dem Schlusse, daß in den beiden meteorologischen Hauptperioden die Temperatur der Luft sich bei weitem nicht in dem Maasse ändert, als

dies die Thermometer angeben; dafs die Luft nur sehr wenig und zögernd an den täglichen Schwankungen und in vermindertem Maafse an den jährlichen Schwankungen Antheil nimmt.

Nach diesen Erfahrungen lag es nahe, das Problem umzukehren und aus dem bekannten Höhenunterschiede zweier Stationen und den bekannten sonstigen Daten diejenige Temperatur zu bestimmen, welche man dem Luftgewichte beilegen müfste, um die wahre Höhe zu erhalten.

Man bestimmt auf diese Weise, unter der Voraussetzung, dafs die Barometerstände vollständig richtig seyen, die mittlere wahre Temperatur des Luftgewichtes, welche, wenn $f(H)$ diejenige Function bezeichnet, durch welche die Abhängigkeit der wahren Lufttemperatur von der Höhe H dargestellt wird, defnirt wird durch die Gleichung:

$$r = \frac{1}{h} \int_z^{z+h} f(H) dh.$$

Kann man $f(H)$ innerhalb des Intervalles h als lineare Function ansehen, so gilt r für den Halbirungspunkt der Verbindungslinie beider Stationen.

Für die auf diese Weise bestimmten wahren Lufttemperaturen hat sich aus den sechsjährigen Mitteln der Beobachtungen in Genf und Bernhard gezeigt, dafs die Amplituden der Perioden sehr gering und die Extreme gegen die der Thermometerangaben wesentlich verzögert sind. Die im Vorhergehenden gezogenen Schlüsse wurden durch die Erfahrung vollständig bestätigt. Es wird damit gezeigt, dafs die Thermometer uns im Allgemeinen keine Lufttemperaturen angeben können. Die Ursache des Unterschiedes zwischen Angabe der Thermometer und Temperatur der Luft ist darin zu suchen, dafs der Boden in Folge eines verhältnifsmäfsig grofsen Absorptions und Emissionsvermögens für Wärmestrahlen sich bei der Bestrahlung durch die Sonne stark erwärmt, bei Nacht durch Ausstrahlung gegen den kalten Himmelsraum stark abkühlt. — Die Thermometer hängen nun meist in verhältnifsmäfsig geringer Entfernung

von strahlenden Theilen der Erdoberfläche und nehmen eine dem Absorptionsvermögen der Kugel derselben entsprechende Menge Wärme auf oder geben sie ab, und zeigen somit eine wesentlich durch Wärmestrahlung der Umgebung bedingte Angabe.

Die Luft hingegen wird, in Folge ihrer überaus geringen Absorptions- und Emissionsfähigkeit und in Folge ihrer Leichtbeweglichkeit, weder durch die Durchstrahlung, noch durch kürzere Zeit dauernde Erwärmung durch Leitung ihre Temperatur wesentlich ändern.

Es zeigte sich daher, daß die Luftmasse zwischen dem St. Bernhard und Genf nur wenig an der kurz andauernden täglichen Periode, hingegen ziemlich merklich an der jährlichen Periode der Temperatur Antheil nimmt.

Die beiden Perioden der barometrischen Höhenmessungen rühren also, wie auf diese Weise erkannt werden kann, davon her, daß dem Luftgewichte, welches zur Basis der Rechnung dient, falsche Temperaturen zugeschrieben werden, wenn das arithmetische Mittel der Thermometer-Ableisungen an der oberen und unteren Station oder sonst eine einfache Function derselben als Lufttemperatur eingeführt wird.

Zahlenbelege zu den angeführten Sätzen, Ausführungen und praktische Anwendungen der gefundenen Resultate werden in einer besonderen Brochüre gegeben werden.

Karlsruhe d. 20. Juni 1869.

VIII. *Ueber Wärmeleitung in organischen Körpern; von C. B. Greifs.*

Die Erfahrung hatte gelehrt, daß Körper, welche verschiedene Elasticitätsaxen haben, nach den Richtungen dieser Axen auch in anderen physikalischen Eigenschaften Verschiedenheiten zeigen. Von dieser Erfahrung ausgehend

hatte Senarmont die Wärmeleitungsfähigkeit in krystallisirten Körpern untersucht, und war zu den bekannten, schönen, von ihm veröffentlichten Resultaten gekommen, Auf eben diese Erfahrung sich stützend haben dann de la Rive und Decandolle nach der Methode Senarmont's die Wärmeleitungsfähigkeit der Hölzer untersucht, und gefunden, daß dieselbe in der Richtung der Fasern stets gröfser ist, als in der darauf senkrechten. Knoblauch hat später ihre Versuche wiederholt und bestätigt gefunden. Bei den von ihm untersuchten Holzarten war die Verschiedenheit der Leitungsfähigkeit in den angegebenen Richtungen desto gröfser, je weniger dicht das Holz war. Auch ich habe mich in der letzten Zeit mit demselben Gegenstande beschäftigt, und mir zunächst die Frage gestellt, ob auch bei den Hölzern, wie bei den Krystallen, die isotherme Fläche bald ein Umdrehungsellipsoid um die grofse Axe, bald ein dreiaxiges Ellipsoid sey. Zu diesem Behufe habe ich mir von jedem untersuchten Holze sowohl Plättchen in der Richtung der Fasern, als auch solche in der darauf senkrechten Richtung schneiden lassen. Während bei den ersteren das Wachs stets in einer Ellipse schmolz, deren grofse Axe in der Richtung der Fasern lag, bildete bei den letzteren das geschmolzene Wachs ohne Ausnahme einen Kreis. Es ist also bei den Hölzern die Wärmeleitungsfähigkeit senkrecht zur Richtung der Fasern nach allen Richtungen ganz gleich. Die Hölzer verhalten sich in dieser Beziehung wie die Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systems. Ihre isotherme Fläche ist ein Umdrehungsellipsoid um die grofse Axe. Außerdem ging aber auch noch aus den Versuchen hervor, daß der von Knoblauch auf Grund seiner Versuche ausgesprochene Satz, daß die Verschiedenheit in der Wärmeleitung gröfser sey in den weniger dichten Körpern, als in den dichteren, keine allgemeine Gültigkeit beanspruchen kann. Ich erhielt nämlich auf Weifsenbuchenholz und auf Nufsbaumholz stets eine gestrecktere Ellipse, als auf Tannenholz. Da ferner alle organischen Körper sowohl des Thier- als des Pflanzenreichs

eine ähnliche fibröse Structur, wie die Hölzer zeigen, so lag der Gedanken nahe, die Untersuchung auch auf die übrigen organischen Körper auszudehnen. Ich habe daher nach der Senarmont'schen Methode zunächst folgende pflanzliche Stoffe auf ihre Wärmeleitungsfähigkeit geprüft: die Rinde der Platane, der Birke, der Fichte, der Buche und der Eiche, das Blatt des Ahorn, der Ulme, der Eiche, der Erle, der *ficus elastica* und der *pirus Japonica*, die Wurzel der Weisbuche und der zahmen Kastanie (*castanea vesca*), die Möhre, die Kartoffel, die Kohlrabi, den Apfel, die Birne, die Eichel, die Rofskastanie und die Muskatnufs. Von den Thierstoffen wurden der Untersuchung unterworfen: der Magen des Hammels, die Ochsenblase, die Haut eines Rindes, die Klaue eines Kalbs, der Huf eines Ochsen, der Schenkelknochen eines Ochsen, das Büffelhorn, das Hirschhorn, das Elfenbein, die Perlmutter und die Schale von *haliotis* (Seeohr). Wenn die Dimensionen des Körpers es erlaubten, wurden mindestens zwei Schnitte gemacht, ein Längsschnitt und ein Querschnitt, bei mehreren Stoffen konnten aber auch drei Schnitte, nämlich zwei auf einander senkrechte Längsschnitte und ein Querschnitt, hergellt werden. Alle Versuche wurden 5 bis 6 mal wiederholt, um zu constatiren, daß die Resultate vollkommen übereinstimmten. Die Untersuchung ergab, daß bei allen der Prüfung unterworfenen flächenartigen Gebilden, wie bei den verschiedenen Blättern, der Haut von einem Rinde, der Ochsenblase usw., das geschmolzene Wachs stets eine Ellipse bald von größerer, bald von kleinerer Excentricität bildete. Ziemlich gestreckt z. B. waren die Ellipsen auf den Blättern der Ulme und der Erle, auf der Schale von *haliotis*, auf der Ochsenblase und dem Hammelmagen. Wenn von den Stoffen Längsschnitte und Querschnitte untersucht werden konnten, erhielt ich auf den Längsschnitten ohne Ausnahme Ellipsen, auf den Querschnitten mit den noch zu erwähnenden Ausnahmen Kreise. Die gestrecktesten Ellipsen, die ich bei meinen Versuchen überhaupt bekommen habe, bildeten sich auf den Längsschnitten der Kartoffel, sie waren ent-

schieden noch gestreckter, als diejenigen, welche auf Kalkspath gebildet werden. Andere dagegen hatten eine so geringe Excentricität, wie diejenigen, welche beim Quarz auf einer mit der krystallographischen Hauptaxe parallelen Platte entstehen. Während in den Längsschnitten die große Axe der Ellipse in der Regel in der Längsrichtung lag, war dieselbe in dem Längsschnitt der Eichel senkrecht zur Länge. Was endlich die erwähnten Fälle betrifft, in welchen bei den Querschnitten keine Kreise, sondern auch Ellipsen gebildet wurden, so kamen diese vor bei den Wurzeln der Weißbuche und der zahmen Kastanie, bei den Rinden der Fichte und der Eiche und bei dem Hufe des Ochsens. Die Querschnitte der Rinden waren Schnitte senkrecht zur Länge des Stamms, und der Querschnitt des Hufes war ein Schnitt senkrecht zur Länge der Sohle des Hufes. Bei den erwähnten Wurzeln und Rinden waren die Ellipsen der Querschnitte weniger gestreckt, als diejenigen der Längsschnitte, bei dem Hufe war es grade umgekehrt.

Werden die Ergebnisse der angeführten Versuche zusammengefaßt, so lassen sie sich in folgenden zwei Sätzen aussprechen: 1) Wie in den Krystallen mit Ausnahme derjenigen des regulären Systems ist auch in allen organischen Körpern die Wärmeleitungsfähigkeit nach verschiedenen Richtungen verschieden; und 2) die isotherme Fläche in den organischen Körpern ist bald ein Umdrehungsellipsoid, wie bei den Krystallen des rhombischen, des monoklinischen und des triklinischen Systems.

IX. *Ueber den Feldspath vom N  r  dal in Norwegen; von C. Rammelsberg.*

Vor einiger Zeit beschrieb Prof. vom Rath den Feldspath aus dem Norit des N  r  dal in Norwegen ¹⁾, welcher sehr deutliche Zwillingsstreifung und ein V.-G. = 2,714 besitzt. Die Analyse erwies ihn als einen Kalk-Natronfeldspath mit vorherrschendem Kalk (etwa 15 Proc.) und nur wenig Natron (1,86 Proc.), allein das gefundene Verhältniss der Bestandtheile erlaubte nicht, diesen Feldspath, gemäss dem von Tschermak aufgestellten Gesetze, als eine Mischung von Kalkfeldspath (Anorthit) und Natronfeldspath (Albit) zu betrachten. v. Rath zog daher die Allgemeingültigkeit dieses Gesetzes in Zweifel und suchte die Selbstständigkeit der Labradorconstitution, wenigstens für diesen Feldspath, wiederherzustellen.

Auf Tschermak's Veranlassung übergab v. Rath demselben eine Probe des Materials, welche von E. Ludwig in Wien analysirt wurde. Dieser fand fast doppelt soviel Natron (3,3 Proc.), auch mehr Thonerde, jedoch weniger Kieselsäure. Auf Grund dieser Untersuchung erklärte Tschermak den Feldspath vom N  r  dal, im Einklang mit seinem Gesetz, für eine Mischung von 25 Proc. Albit und 75 Proc. Anorthit ²⁾.

Prof. v. Rath nahm hieraus Anlafs, Kieselsäure, Thonerde und Kalk abermals zu bestimmen, und erhielt für dieselben nahe gleiche Werthe wie früher ³⁾.

Bei dieser Lage der Sache bat mich mein verehrter Freund Rath unter Zusendung einiger Grm. des Mineralpulvers, jene drei Bestandtheile zu bestimmen. Bei Mitthei-

1) Diese Ann. Bd. 136, S. 424.

2) Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wissensch. v. 1. Juli 1869, und ferner: Diese Ann. Bd. 138, S. 162.

3) Diese Ann. Bd. 138, S. 171.

lung des Resultats machte ich ihn darauf aufmerksam, daß eine wiederholte Natronbestimmung unerläßlich, und daß eine *genaue* Thonerdebestimmung nur bei dieser Gelegenheit möglich sey, wo die Kieselsäure zuvor (durch Fluorwasserstoff) fortgeschafft wäre. Er entsprach bereitwillig meinem Anerbieten, auch diesen Punkt zu erledigen, durch Mittheilung der Substanz, und bei dieser zweiten Analyse fand ich den Natrongehalt genau ebenso, wie ihn Ludwig gefunden hatte.

Ich stelle hier die sämmtlichen Analysen zusammen, nach Abrechnung des Glühverlusts (0,15 Proc. in I, 0,65 in IV).

	Rath		Bg.		Ludwig
	I.	II.	III.	IV.	V.
Na ² O	1,86			3,29	3,30
Ca O	15,65	16,23	15,33	14,67	15,10
Al O ³	31,35	30,77	32,50	32,27	33,26
Si O ²	51,32	51,78	51,35	(49,77)	48,94
	100,18			100	100,60.
Oder					
Na	1,38			2,44	2,45
Ca	11,18	11,59	10,95	10,48	10,78
Al	16,68	16,37	17,29	17,17	17,69
Si	23,95	24,16	23,96	23,22	22,84.

In II und III würde die Natronmenge, wenn man sie aus dem Verlust berechnen wollte, gar nur 1,22 resp. 0,82 Proc. betragen. Ich habe also zunächst zu erklären, worauf die Differenzen in meinen beiden Analysen (deren Material nach Rath's Versicherung gleichartig war) beruhen. Die Kieselsäure ist in IV (Anal. mit HFl) aus dem Verlust bestimmt. Da an eine *absolut* genaue Bestimmung des Na, Ca und Al nicht zu denken ist, da kleine Verluste unvermeidlich sind, diese Verluste aber auf den indirekt bestimmten Bestandtheil fallen, und seine wahre Gröfse erhöhen, so kann die Kieselsäure jedenfalls nicht mehr als 49 $\frac{1}{4}$ Proc. ausmachen, eher etwas weniger, und ein höherer Gehalt, mehr als

50 Proc., wie ihn die drei ersten Analysen zeigen, ist eben zu hoch, da 49,77 schon ein Maximum ist.

Handelt es sich um eine *genaue* Trennung von Kieselsäure und Thonerde, so stößt man auf erhebliche Schwierigkeiten, und ich behaupte, auf vielfache eigene Erfahrungen gestützt, daß eine solche genaue Trennung und Bestimmung beider überhaupt nicht möglich ist, wenn man ein Silikat in bekannter Weise durch Schmelzen mit kohlensaurem Alkali aufschlieft. Weder die Kieselsäure, noch die Thonerde sind rein, wenn man sie sorgsam prüft, jene hinterläßt, mit Flußsäure abgedampft, immer einen Rückstand, der Thonerde, Kalk (Magnesia), und selbst Alkali enthält, und mit der Thonerde steht es fast noch schlimmer. Ermittelt man nun noch die kleinen Mengen Kieselsäure, die in der sauren Auflösung enthalten sind, und der Thonerde, dem Kalk etc. folgen, so ist es begreiflich, daß man weit eher zuviel als zu wenig Kieselsäure finden wird. Derselbe Umstand war es ja, welcher die Bisilikatnatur der Hornblenden so lange verkennen liefs.

Ist also die Substanz der fünf Feldspathanalysen eine und dieselbe, so erreicht der Gehalt an Kieselsäure nicht 50 Proc., und die Zahlen in I, II und III sind zu groß.

Die Extreme bezüglich der Kieselsäure und Thonerde bieten die Versuche II und V dar. Aber die Summe beider (82,55 und 82,20) differirt nur um 0,35.

Wenn aber unter Voraussetzung der Identität der Substanz die Kieselsäure nicht ganz 50 Proc. beträgt, wie steht es mit der Natronbestimmung in der ersten Analyse?

Niemand hat ein Recht, Rath's Angabe zu bezweifeln. Deshalb mußte die Vermuthung entstehen, die Substanz der Analysen sey nicht identisch, die Feldspathmasse sey nicht homogen, beide Natronmengen seyen das Resultat gleich zuverlässiger Bestimmungen. Hierüber liefs sich durch Behandlung mit Säuren Aufschluß erwarten, und so habe ich eine größere Menge des Gesteins, welches Rath mir übergab, und von welcher das Material zu den früheren Analysen entnommen war, als Pulver mit Chlorwasserstoffsäure digerirt, und die Kieselsäure von dem Unzersetzten durch

Kochen mit kohlensaurer Natronlösung getrennt, bevor beide getrocknet waren. Ich erhielt:

Unzersetzt	44,64		
Si O ²	28,00	}	= {
Al O ³	18,20		
Ca O	7,87		
Na ² O	1,65		
	<u>100,36</u>		<u>100,64.</u>

Der zersetzte Antheil hat also die Zusammensetzung des Ganzen. Letzteres ist also kein Gemenge, was auch mit der Beobachtung vollkommen im Einklang steht.

Prof. v. Rath hat, nach Kenntnissnahme dieser Erfahrungen, mir gegenüber sich dahin ausgesprochen, daß auch er an der homogenen Natur der Feldspathsubstanz nie gezweifelt habe, daß er aber allerdings einen Verlust bei seiner Natronbestimmung als möglich erachte. Erst durch diese allein berechnete Selbstkritik wird es erlaubt seyn, Ludwig's und meine Analyse als den Ausdruck der Zusammensetzung des Nörödaler Feldspaths hinzustellen.

Nun ist das Atomverhältniß

	Al : Si	Na : Ca	Ca : Al	R : Al ¹⁾
IV.	1 : 2,57	1 : 2,45	0,8 : 1	1 : 1
V.	1 : 2,52	1 : 2,5	0,83 : 1	1 : 1.

Geht man von dem einfachen Verhältniß Na : Ca = 1 : 2,5 = 2 : 5 aus, so hat man eine Mischung von 1 Mol. Albit und 5 Mol. Anorthit

$$\begin{aligned} & \text{Na}^2 \text{Al Si}^6 \text{O}^{16} \\ & 5 (\text{Ca Al}^6 \text{Si}^3 \text{O}^8) \\ \hline & = \text{Na}^2 \text{Ca}^5 \text{Al}^6 \text{Si}^{16} \text{O}^{56} \end{aligned}$$

berechnet zu

$$\begin{array}{rcl} \text{Na}^2 \text{O} & 3,23 & \\ \text{Ca O} & 14,60 & \\ \text{Al O}^3 & 32,11 & \\ \text{Si O}^2 & 50,06 & \\ \hline & 100. & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \\ \\ \\ \end{array}} \right\} = \left. \begin{array}{l} 27,4 \text{ Albit} \\ 72,6 \text{ Anorthit} \end{array} \right\}$$

Es muß dann Al : Si = 3 : 8 = 1 : 2,66 (gef. 2,57 Rg.) seyn.

$$1) R = \text{Ca} + \frac{\text{Na}}{2}.$$

Tschermak's Annahme von 25 Albit und 75 Anorthit ist nicht ganz correct; sie würde das Mol.-Verhältniß beider = 5:28 ergeben, d. h. Na:Ca = 1:2,8 (Al:Si = 1:2,6) statt 1:2,5.

Der Feldspath vom Näröedal entspricht also dem für die Kalk-Natronfeldspathe von Tschermak aufgestellten Mischungsregel. Er steht an der Gränze von Anorthit und Labrador, in dem Sinne, wie diese Namen gewöhnlich genommen werden, und sein Vorkommen beschränkt sich nicht auf jenen Punkt.

**X. Diathermansie einer Reihe von Stoffen für Wärme sehr geringer Brechbarkeit;
von Carl Schultz-Sellack. ¹⁾**

Die Absorption, welche Licht und Wärme bei der Durchstrahlung von Stoffen in gewöhnlicher Temperatur erfahren, ist in den wenigsten Fällen charakteristisch in dem Maasse, wie es die Absorption und Emission der glühenden Gase ist. Einige gefärbte Gase, die Verbindungen von Yttrium, Didym und anderen zeigen im sichtbaren Theil des Spectrums hervortretende Absorptionsstreifen; für die meisten Stoffe ist die Farbe nur ein unvollkommenes Merkmal.

Die nicht sichtbaren Wärmestrahlen werden, nach den Versuchen von Masson und Jamin, von den durchsichtigen Stoffen im Allgemeinen um so stärker absorbirt je geringer ihre Brechbarkeit ist; die im Spectrum dem Roth zunächst liegenden dunklen Strahlen werden von den meisten durchsichtigen Substanzen durchgelassen. Die von Kohlenrufs bei 100° ausgestrahlte Wärme wird von fast allen Stoffen so stark absorbirt, daß schon Schichten von näßiger Dicke für dieselbe undurchdringlich sind. Die Kohlen-

1) Bisher bloß: Carl Schultz.

rufswärme von 100° , welche spectral noch nicht untersucht ist, muß deshalb aus Strahlen von bedeutend geringerer Brechbarkeit als die rothen bestehen. In dünnen Schichten, von weniger als $0,5^{\text{mm}}$, respective $0,1^{\text{mm}}$ Dicke, sind, wie Melloni ¹⁾ gezeigt hat, viele Stoffe, wie Glas, Gyps, Glimmer, in äußerst dünner Schicht selbst Kohlenrufs, für diese Wärme merklich durchlässig. Auch dünne Wasserschichten, Seifwasserlamellen oder capillare Schichten zwischen parallelen Flußspathplatten, lassen, nach des Verfassers Beobachtung, die Rufswärme sehr reichlich hindurch.

Die Absorptionscoëfficienten für alle von dieser Quelle ausgesendeten Wärmearten sind aber bei diesen Stoffen so groß, daß durch eine Dicke von mehr als 1^{mm} ein beträchtlicher Antheil von Wärme nicht mehr hindurchgeht. Nur Steinsalz, Flußspath, Schwefel absorbiren, nach Melloni's Beobachtungen, Theile der Kohlenrufswärme in so geringem Verhältniß, daß dieselben dicke Schichten dieser Stoffe durchdringen; die gleiche Eigenschaft hat der Schwefelkohlenstoff, die Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff, das Brom, nach Tyndall ²⁾, der Sylvin nach Magnus ³⁾, und wahrscheinlich der Zweifach-Chlorkohlenstoff ⁴⁾. Diese Stoffe sind zum Theil Elemente, anderentheils Chloride, ein Fluorid und ein Sulphid.

Ich habe gefunden, daß nicht nur alle Chlorverbindungen, sondern auch Brom-, Jod-, Fluorverbindungen der einfachen Stoffe und auch eine Anzahl Sulphide, welche in dem für diese Untersuchung erforderlichen Zustande erhalten werden konnten, dieselbe Eigenschaft besitzen, einen beträchtlichen Theil der Rufswärme hindurchlassen. Die Färbung dieser Stoffe hat also etwas Gemeinsames in Beziehung auf den äußersten Theil des Spectrums.

Als Assistent von Hrn. Prof. Magnus hatte der Verfasser Gelegenheit, den thermoelektrischen Apparat Desselben

1) *Thermochrose* p. 191.

2) *Phil. Transact.* 1862, p. 67; 1866, p. 83.

3) *Berl. Monatsber.* 1868, S. 307.

4) *Barrett, Phil. Mag.* XXXVI, p. 208.

zur Ermittlung der in der folgenden Tabelle gegebenen Zahlen zu benutzen. Als Wärmequelle diente ein mit Kohlenrufs überzogener, durch Wasserdampf geheizter Metallwürfel und eine Scot'sche Leuchtgasflamme; die Zahlen sind aus den Ablenkungen des Spiegelgalvanometers procentisch auf den Werth der directen Strahlung berechnet.

Durchstrahlte Substanz	Dicke	Durchgehende Wärmemenge	
		Rufs von 100°	Leuchtgasflamme
Chlorsilber (Ag Cl)	3 ^{mm}	46 Proc.	30 Proc.
Bromsilber (Ag Br)	3	45	42
Bromkalium (K Br)	3	16	13
Jodkalium (K J)	3	11	10
Kryolith ($\text{Al}_2\text{Na}_6\text{Fl}_{12}$)	10	7	23
Zinkblende (Zn S)	5	29	23
Schwefelarsen (As_2S_2)			
mit Schwefel	0,8	21	26
do. do.	3	8	12
Glasiges Selen	0,4	50	36
do.	3	16	5.

Die nicht zur Thermosäule gelangende Wärme geht nur zum Theil durch Absorption, zum Theil durch regelmäßige Reflexion und durch Diffusion verloren. Der wahre Werth der Absorption muß also im allgemeinen geringer seyn als ihn die mitgetheilten Zahlen angeben, welche überdieß wegen der unbekannten Zusammensetzung der angewendeten Wärme nicht die Bedeutung von ermittelten Constanten haben können.

Von den untersuchten Stoffen waren vollkommen homogen nur die Zinkblende, von welcher Hr. Prof. Rose mir eine ausgezeichnet klare, schwach gelb gefärbte Platte zur Untersuchung übergab, und das glasige Selen, welches durch Schmelzen und Pressen zwischen dünnen Glastafeln in spiegelnden Platten erhalten war. Die Kryolithplatte, welche ich Hrn. Dr. Krantz in Bonn verdanke, war in der Masse ziemlich klar, aber doch voll feiner Risse.

Chlorsilber und Bromsilber werden durch Schmelzen im

Chlor-, respective Bromdampfstrom als vollkommen glasklare Massen erhalten, denen man durch Umschmelzen zwischen dünnen Glasplatten glatte Oberflächen geben kann. Die Salze haften an dem Glase außerordentlich fest; erwärmte concentrirte Salpetersäure, welche die Salze selbst nicht merklich angreift, zieht sich aber capillar zwischen das Glas und das Silbersalz und bewirkt die Trennung. Das Chlorsilber erscheint vollkommen farblos, das Bromsilber hell bernsteingelb; geschmolzen und stärker erhitzt sind beide Salze dunkelbraun.

Durch Schmelzung erhaltene Platten von Chlornatrium lassen, wie schon Knoblauch fand ¹⁾, die Rufswärme hindurch. Chlorkalium, Bromkalium, Jodkalium geben geschmolzen, glasklare Massen, wenn die Substanzen in klaren Krystallen angewendet werden, wie man dieselben durch sehr langsames Verdunsten der Lösungen bei gewöhnlicher Temperatur erhält. Durch das Zusammenziehen beim Erstarren bilden sich indessen meist zunächst der erstarrenden Oberfläche Hohlräume und Bläschen, so daß die Platten niemals völlig homogen und durchsichtig sind. Jodsilber erstarrt zunächst zu einer hellgelb durchsichtigen glasigen Masse, welche aber bei weiterem Erkalten plötzlich trübe wird. Aehnlich verhalten sich Chlorblei und andere Haloïdsalze; das Chlorblei färbt sich beim starken Erhitzen im Chlorstrom nicht dunkel.

Glasiges Selen wurde in der angegebenen Weise in Platten erhalten; Platten von weniger als 1^{mm} Dicke lassen von dem leuchtenden Spectrum des directen Sonnenlichtes nur eine ziemlich schmale Bande im alleräußersten Roth hindurch, Platten von mehr als 2^{mm} Dicke lassen auch das intensive Sonnenlicht nicht mehr wahrnehmbar durchdringen. Das durch fortgesetztes Erwärmen des glasigen Selen auf 150° erhaltene krystallinische Selen ist selbst in dünnen Schichten für Licht und Wärme undurchdringlich.

In derselben Weise wurden Platten erhalten aus einer Mischung von Schwefelarsen mit Schwefel. Diese Mischung

1) Pogg. Ann. Bd. 120, S. 177.

gen, wenn sie nicht mehr als höchstens 3 Th. Schwefel auf 1 Th. Dreifachschwefelarsen enthalten, erstarren zu amorphen glasigen Massen von gelbbrauner Farbe, welche bei grossem Schwefelgehalt erst nach Wochen hart und spröde werden.

Eine Anzahl flüssiger Verbindungen und Auflösungen von Stoffen, welche fest nicht in geeignetem Zustande erhalten werden konnten, wurden in einem mit planparallelen, 2^{mm} dicken Steinsalzplatten verschlossenen Glasgefäß in 8^{mm} dicker Schicht untersucht.

Die in der folgenden Tabelle enthaltenen Zahlen geben die durch das gefüllte Gefäß hindurchgehende Wärme in Procenten von der durch das leere Gefäß hindurchgehenden Menge, und ergeben deshalb noch weniger als die in der ersten Tabelle aufgeführten absoluten Werthe der Absorption.

Durchstrahlte Substanz	Durchgehende Wärme	
	Rufs von 100°	Leuchtgasflamme
Zinnchlorid (Sn Cl_4)	44 Proc.	80 Proc.
Schwefelchlorid (S Cl_2)	41	95
Schwefelkohlenstoff (C S_2)	50	51
Phosphor in Schwefelkohlenstoff	52	57
Zinnjodid (Sn J_4) in		
Schwefelkohlenstoff	44	47
Dreifachchlorkohlenstoff ($\text{C}_2 \text{ Cl}_6$)		
in C S_2	5	38
Chloroform (C H Cl_3)	2	30
Aethylenchlorid ($\text{C}_2 \text{ H}_4 \text{ Cl}_2$)	0	12
Aethyljodid ($\text{C}_2 \text{ H}_5 \text{ J}$)	0	12.

Die Phosphorlösung enthielt auf 10 Th. Phosphor nur 1 Th. Schwefelkohlenstoff, die Lösung von Zinnjodid 1,5 Th. Sn J_4 und 1 Th. C S_2 , die Lösung von Chlorkohlenstoff 1 Th. $\text{C}_2 \text{ Cl}_6$ und 4 Th. C S_2 .

Die Stoffe, welche für die Rufswärme atherman sind, wie Paraffin, Kampher und andere, sind auch in Schwefelkohlenstofflösung atherman: umgekehrt darf man aus der

Diathermasie der Lösungen wohl auf die Diathermasie der gelösten Stoffe schliessen.

Nach den vorstehenden Versuchen ist es wahrscheinlich, dass die Chlor-, Brom-, Jod-, Fluorverbindungen aller Elemente in fester oder flüssiger Form für die Kohlenrusswärme von 100° theilweise diatherman sind; ebenso viele Sulphide. Die Haloidverbindungen complexer Radicale, von Ammonium, Aethyl, Aethylen usw. scheinen die Eigenschaft der Verbindungen der Elemente nicht zu theilen. Die Sauerstoffverbindungen dagegen, wie Wasser, Borsäure, arsenige Säure sind meistens starke Absorbenten dieser Wärme. Von den Elementen sind die sogenannten Metalloide für die Rufswärme anscheinend gut durchlässig; vielleicht ist auch der Kohlenstoff, als schwarze Kohle ein sehr starker Absorbent der Wärme, als Diamant für die Rufswärme diatherman. Die Metalle Gold und Silber sind selbst in durchsichtigen Blättchen für dunkle Wärme opak, wie schon Knoblauch¹⁾ beobachtet hat.

Man hat früher angenommen, dass alle Stoffe die dunkle Wärme um so stärker absorbiren, je geringer ihre Brechbarkeit ist, die Wärme von dunklen Wärmequellen stärker als die von leuchtenden. Eine Ausnahme hiervon machte nach Melloni's Beobachtung²⁾ nur der Kohlenruss in sehr dünner Schicht; derselbe absorbirt umgekehrt die Wärme von leuchtenden Quellen stärker als die von dunklen. Dasselbe Verhalten zeigen in hervortretender Weise eine Anzahl der in der ersten Tabelle aufgeführten Stoffe: Selen, Zinkblende, Chlorsilber.

Diese Stoffe müssen also für gewisse Wärmearten, zwischen den äussersten dunklen Strahlen welche sie durchlassen und dem Roth im Spectrum ein hervortretendes Absorptionsvermögen haben, also Absorptionsbanden im dunklen Theil des Spectrums zeigen.

Berlin, Juni 1869.

1) Pogg. Ann. Bd. 101, S. 161.

2) Ann. d. chim. t. 72, p. 40.

XI. *Aufindung von Diamanten in Böhmen.*

Hr. Dr. A. Schafarik, Prof. d. Chemie am böhmischen polytechnischen Landesinstitute, veröffentlicht unter d. 15. Jan. dieses Jahres in einer Prager Zeitung folgende, uns mitgetheilte Nachricht.

Acht Meilen nordwestlich von Prag, zwischen der Eger und dem Mittelgebirge, liegen westlich von Libochowitz die Granatgruben von Dlaschkowitz, welche dem Grafen von Schönborn gehören, seit langem ausgebeutet werden und schon lange wissenschaftlich bekannt und von Prof. A. E. Reufs beschrieben sind. Etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 Klafter unter dem Acker- und Lehmboden liegt dort auf den horizontalen Schichten des Plänerkalkes eine Reihe ausgedehnter flacher Mulden, die sich vom Basaltgebirge nach dem Flusse zu senken und von einer 1 bis 2 Klafter mächtigen Geröllschichte ausgefüllt sind. Das Gerölle besteht vorwiegend aus Brocken von Basalt, daneben noch Gneis, Sandstein, Plänerkalk, und ist gemengt mit Sand und Grus. Letzterer führt neben vorwiegenden Quarzkörnern auch kleine Körner verschiedener Edelsteine, namentlich Pyrop (sogenannten böhmischen Granat), Zirkon, Spinell (sowohl rothen — sogenannten Rubis-Balais, als schwarzen — sogenannten Pleonast), Korund (gewöhnlich blaugrau, unreinen sog. Sapphir), Chrysolit, und (selten) Turmalin. Von diesen wird nur der Pyrop durch Graben, Waschen und Auslesen des Sandes gewonnen und verschliffen, die übrigen wegen ihrer Unreinheit nicht beachtet; höchstens gelangt hie und da etwas davon in Mineraliensammlungen. Die Frau Gräfin von Schönborn läßt indeß die seltenen, etwas ansehnlicheren Exemplare der letztgenannten Edelsteine sammeln, schleifen und zu kleinen Bijoux fassen, um sie als böhmische Souvenirs zu verwenden, deren Hauptwerth natürlich in ihrer relativen Seltenheit liegt. Unlängst kam nun unter mehren derlei Steinchen eins in die Schleiferei, welches die Aufmerksamkeit der

Steinschleifer dadurch erregte, daß es nicht nur vom Smirgel nicht angegriffen wurde, sondern im Gegentheile die Schleifscheibe angriff. Der Glanz des Steinchens erregte die Vermuthung, daß es Diamant sey. Hr. Hauptkassier Mašek brachte dasselbe nach Prag zu Hrn. Professor Krejčí. Mein Kollege zeigte mir den Stein am 12. d. M. und bat mich, ihn chemisch zu untersuchen, da dieß doch die meiste Sicherheit gebe. Es war uns zwar beiden unwahrscheinlich, daß der Stein Diamant sey, wahrscheinlicher Korund oder Chrysoberyll; um ihn jedoch nicht ohne Noth zu beschädigen, beschloß ich, vorher die physikalischen Eigenschaften genau zu untersuchen. Nachdem eine vorläufige Bestimmung des specifischen Gewichtes ein ungünstiges Resultat ergeben hatte, nahm ich den Stein nach Hause, um seine Härte zu prüfen. Er ritzte Topas, Zirkon, Spinell und Chrysoberyll mit Leichtigkeit; hierauf nahm ich einen blauen sibirischen Korund (den härtesten Stein nächst Diamant), auch dieser wurde tief und kräftig geritzt. In größter Spannung ergriff ich nun einen braunen ostindischen Diamant und versuchte das Steinchen zu ritzen, aber nach längerem kräftigen Reiben blieb dasselbe *gänzlich unversehrt*. *Es war somit Diamant*. Sogleich eilte ich in mein Laboratorium und nahm nochmals mit möglichster Sorgfalt das specifische Gewicht; im Mittel aus zwei Versuchen fand ich 3,53, vollkommen dasjenige des Diamants. Auch die übrigen physikalischen Versuche ergaben die Eigenschaften des Diamants. Die chemische Untersuchung war überflüssig geworden.

Der erste böhmische Diamant, von mir als solcher erkannt, wiegt genau 57 Milligrammen oder $\frac{1}{4}$ Karat, ist licht weingelb, und hat annähernd Würfelform mit stark verstümmelten Ecken und Kanten, auch sehr unebenen, aber dennoch glatten und glänzenden Flächen. Der kleinste Durchmesser ist $2\frac{1}{2}$, der größte 4 Millimeter; auf der einen Seite besitzt er einen einspringenden Winkel, was beweist, daß er ein unvollkommen ausgebildeter Zwillingsskrystall ist; auf einer zweiten Fläche trägt er mehrere tiefe scharfkantige glatte Eindrücke von anderen Krystallen, in deren Nähe er

sich gebildet hat; unter einem starken Mikroskope sieht man die Mehrzahl der Flächen von zahlreichen parallelen Streifen (Krystallkanten) bedeckt, gemengt hie und da mit dreieckigen Vertiefungen und spiegelglatten, außerordentlich glänzenden vorragenden Octaëderflächen (bis 0,2 Millimeter groß). Durch Reiben wird der Stein stark positiv elektrisch. Beim Erwärmen auf etwa 150° konnte ich im Dunkeln keine Phosphorescenz bemerken; aber diese kann beim Aufkitten behufs des Schleifversuches durch die Erhitzung zerstört worden seyn. Im polarisirten Lichte spielt er Farben, wie schon Hr. Prof. Krejčí bemerkt hatte, was sonst octaëdrisch krystallisirte Körper nicht thun; aber schon Sir David Brewster hat diese Anomalie beim Diamanten beobachtet, und auch ich fand, daß ein kleiner grüner Diamant aus Brasilien, den ich zum Vergleiche nahm, noch stärkere Farben zeigte, als unser böhmischer. Mikroskopische Höhlungen oder Einschlüsse konnte ich nicht bemerken. Was die Härte betrifft, so sind bekanntlich nicht alle Diamanten gleich hart; es giebt welche, die jedem Schiffe widerstehen (holländisch Dívelsteene, d. i. Teufelsteine genannt). Der ostindische gilt für härter als der brasilianische, und wird daher vorwiegend zum Glasschneiden verwendet. Es ist nun interessant, daß der böhmische hierin dem ostindischen gleicht; die beiden hatten einander nichts an; während dagegen ein spitziger brasilianischer Splitter, womit ich unseren Stein anhaltend und stark rieb, gänzlich seine Spitze verlor, ohne daß der böhmische Stein unter dem Mikroskope eine Spur eines Ritzes zeigte.

Diamanten wurden bisher gefunden: 1) in Ostindien, und zwar in zwei getrennten Gegenden Vorderindiens, ferner auf den Molucken: Borneo, Celebes, Java — dort überall seit den ältesten Zeiten; 2) in Brasilien, seit 1728 bekannt; 3) am Ural 1829, während Humboldt's sibirischer Reise, zuerst in Krestowozdwižensk, östlich von Perm, also auf *europäischer* Seite, später (bis 1839) noch an drei anderen Orten, wovon 1 auf *europäischer*, 1 auf *asiatischer* Seite, 1 in dem ganz vom Gebirge umschlossenen Thale von

Miask, berühmt durch seinen Mineralreichthum; 4) bald nachher in Mexico (Sierra Madre); 5) in Nordamerika, 1847 bis 1850 in Carolina und Georgia, später in Californien; 6) in Australien (Colony Victoria) 1860; 7) endlich 1867 in Südafrika, nördlich von der Capcolonie. Hieran reiht sich als 8) und erste, eigentlich europäische Fundstätte Böhmen. Dieselbe ist wichtig für die Frage nach dem räthselhaften Ursprunge des Diamanten, welchen Brewster, Liebig und andere bedeutende Forscher in der organischen Natur zu suchen geneigt sind, weil Diamant bis jetzt nur in älteren sedimentären Schichten vorkommt und bei sehr starker Hitze verkohlt; in Dlaschkovitz haben wir ihn gesellt mit Mineralien, welche entschieden ursprünglich im plutonischen Basalt eingewachsen waren, finden auch nirgends in der Nähe jene Gesteine, welche den brasilischen, uralischen und indischen Diamant begleiten. Zum Schlusse noch eine Bemerkung. Bei dem skeptischen Zuge unserer Zeit muß man auf Zweifel am Dlaschkovitzer Funde gefaßt seyn; auch über die ersten uralischen Funde wurde ausgestreut, man habe absichtlich geschnittene brasilische Steine dem Sande beigemengt, und doch sind laut eines Berichtes des berühmten Montanisten Zerrenner, Inspector der Krondiamantwäschereien, 1829 bis 1847 daselbst 64 verschiedene rohe Diamanten gefunden worden. Ueberlassen wir also die Zweifler dem Zweifel und uns der Freude am Funde, welchem nun, bei einmal geweckter Aufmerksamkeit, gewiß früher oder später andere folgen werden, sicher nicht häufige, sonst wären sie schon früher geschehen¹⁾.

1) Mit Bezug auf die Notiz des »Prager Abendblattes«, wonach der Trüblicer Stein nichts als Zirkon seyn soll, nur so viel: Zirkon ist in Trüblic fast so häufig wie Pyrop, aber Härte und specifisches Gewicht sind so verschieden von jenen des Diamantes, daß nur ein *Dilettant* sich durch Zirkon täuschen lassen kann.

XII. Erste Entdeckung der Wärmewirkung der Mondstrahlen.

Die Frage, ob die Mondstrahlen eine Wärmewirkung ausüben, von der man glauben sollte, sie wäre durch die Versuche von Melloni i. J. 1846 zur Genüge bejaht worden ¹⁾, ist in neuerer Zeit veranlaßt durch Versuche von Marié-Davy, der diese Wirkung anfangs in Zweifel stellte ²⁾, später aber doch wiederum einräumte ³⁾, Gegenstand abermaliger Verhandlungen und geschichtlicher Erörterungen ⁴⁾ gewesen, welche letztere Hr. Zantedeschi dahin ergänzt hat ⁵⁾, daß nicht Melloni, sondern Geminiano Montanari der erste Entdecker der Mondswärme sey. Derselbe habe sie mittelst gewöhnlicher Thermometer, Linsen und Spiegel dargethan und in seinem Werke: *L'astrologia convita di falso*, 4^o Venexia 1685, beschrieben, auch sey sie von Paolo Frisi in seinen *Opuscoli filosofici*, Milano 1781, bestätigt worden.

Eine fernere Bestätigung derselben liefern übrigens die neuere gründliche Untersuchung des Lord Rosse (*Philos. Magaz.* 1869 Oct., p. 314) und die des Hrn. Baille (*Compt. rend. T. LXIX* (1869) p. 960). Ersterer findet, daß sich die Mondwärme zur Sonnenwärme wie 1:79000 verhält, und Letzterer kommt zu dem Resultat, daß der Vollmond im Sommer zu Paris eben so viel Wärme ausstrahle als eine schwarze Fläche von 100° C. in 35 Meter Entfernung von der Thermosäule.

1) Diese Ann. Bd. LXVIII, S. 220.

2) *Compt. rend. T. LXIX*, p. 705.

3) *Compt. rend. T. LXIX*, p. 922 et 1154.

4) *Volpicelli, Ib.* p. 920.

5) *Zantedeschi, Ib.* p. 1070.